

Návrh a simulácia riadenia pre výukový model Magnetická levitácia

¹Peter ŠUSTER, ¹Martin BENETIN, ¹Anna JADLOVSKÁ

¹ Katedra kybernetiky a umelej inteligencie, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Technická univerzita Košice, Slovenská republika

¹anna.jadlovka@tuke.sk, ¹martin.benetin@student.tuke.sk, ¹peter.suster@tuke.sk

Abstrakt — Cieľom tohto článku je navrhnúť algoritmus riadenia pre nelineárny systém Magnetická levitácia s využitím metód lineárnej syntézy - LQ riadenie s integrátorom a nelineárnej syntézy - metóda exaktnej linearizácie vstup - výstup. V článku je uvedený matematický model Magnetickej levitácie, na základe ktorého bol vytvorený nelineárny simulačný model Magnetická levitácia v prostredí Simulink. Navrhnuté algoritmy riadenia spolu so simulačným modelom Magnetickej levitácie sú implementované do jednotlivých riadiacich štruktúr s cieľom sledovať zadané referenčné trajektórie, čo je simulačne overené v prostredí Matlab/Simulink.

Kľúčové slová — exaktná linearizácia, magnetická levitácia, stavové riadenie s integrátorom

I. ÚVOD

Systém Magnetická levitácia je príkladom nelineárneho, v otvorenej slučke nestabilného systému s rýchlou dynamikou. Pre tieto vlastnosti systému Magnetickej levitácie je samotné modelovanie a hlavne návrh algoritmu riadenia veľmi obtiažne. Systém Magnetická levitácia ma však široké využitie v rôznych oblastiach priemyslu ako sú dopravné systémy, magnetické vlaky, sťahovanie kovových predmetov v oceliarskom priemysle pomocou takzvaných magnetických vložiek, trení ložísk a pod. a preto je tejto oblasti výskumu v posledných rokoch venované značné úsilie.

Pri návrhu algoritmu riadenia pre systém Magnetickej levitácie sa použilo niekoľko prístupov ako adaptívne riadenie [2] alebo robustné riadenie [3].

V tomto článku bude prezentované využitie metódy LQ riadenia s integrátorom a metódy exaktnej linearizácie vstup – výstup pri návrhu algoritmu riadenia pre simulačný model systému Magnetická levitácia, ktorého fyzikálny základ tvorí reálny model Magnetická Levitácia CE152 od firmy Humusoft [1], ktorý sa nachádza laboratóriu Kybernetiky na Katedre kybernetiky a umelej inteligencie na FEI TU Košice.

Simulačný nelineárny model Magnetickej levitácie spolu s navrhnutými algoritmami riadenia sú implementované do riadiacich štruktúr s cieľom riadenia na viac ustálených stavov obsiahnutých v definovanej referenčnej trajektórii resp. sledovanie referenčnej trajektórie, ktorá predstavuje funkciu sínus. Navrhnuté algoritmy lineárnej a nelineárnej syntézy sú simulačne overené vo vhodných riadiacich štruktúrach v programovacom jazyku Matlab/Simulink.

II. LINEÁRNE METÓDY SYNTÉZY - STAVOVÉ RIADENIE

Vo všeobecnosti je možné opísať dynamiku nelineárneho systému pomocou nelineárnych diferenciálnych rovníc v tvare[4]

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x,t) + g(x,t)u(t) \\ y(t) &= h(x,t)\end{aligned}\tag{1}$$

kde $x(t)$ je n - rozmerný vektor stavov, $u(t)$ je m - rozmerný vektor vstupov, $y(t)$ je m - rozmerný vektor výstupov, $f(x,t)$, $g(x,t)$ a $h(x,t)$ sú hladké nelineárne funkcie. Stavový opis, ktorý je získaný lineárnou aproximáciou nelineárnych diferenciálnych rovníc (1) v okolí zvoleného pracovného bodu x_{pb} , má nasledujúci tvar

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\quad x(0) = x_{pb}\tag{2}$$

kde A je matica dynamiky, B je vstupná matica, C je výstupná matica, D je matica priamej väzby

medzi vstupom a výstupom dynamického systému.

Základnou podmienkou pri návrhu stavového riadenia je aby dynamický systém (2) bol riaditeľný t.j. stav $x(t_1)$ bude dosiahnuteľný zo stavu $x(t_0)$ pomocou vstupného riadiaceho signálu $u(t)$ za konečný čas t_1 . Dynamický systém n - tého rádu je riaditeľný ak matica dosiahnuteľnosť má hodnotu $rank Q_d = n$, kde

$$Q_M = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3)$$

Po splnení podmienky riaditeľnosti dynamického systému je možné navrhnúť ako LQ riadenie s integrátorom s využitím približnej linearizácie nelineárneho systému vo zvolenom pracovnom bode x_{pb} , tak aj riadenie navrhnuté s využitím metódy exaktnej linearizácie. [7]

III. LQ RIADENIE S INTEGRÁTOROM - LQI RIADENIE

Výsledkom samotného LQ návrhu riadenia je proporcionálna stavová spätná väzba. Dôsledkom proporcionálnej spätnej väzby vzniká v uzavretom obvode pri zmenách žiadaných veličín a porúch trvalá regulačná odchýlka. Odstránenie trvalej regulačnej odchýlky sa dá zabezpečiť tak, že algoritmus riadenia bude mať integračnú zložku. Jeden zo spôsobov návrhu algoritmu riadenia s integračnou zložkou je klasický LQ návrh na základe funkcionálu, v ktorom namiesto vektora $u(t)$ sa bude uvažovať jeho deriváciu $\dot{u}(t)$. Druhý spôsob návrhu algoritmu riadenia s integračnou zložkou je klasický LQ návrh pre prípad rozšíreného vektora stavových veličín a toľko nových stavových veličín, pre ktoré sa vyžaduje mať integračnú zložku. [6]

Základnou podmienkou podobne ako pri LQ riadení je, aby dynamický systém (2) spĺňal podmienku riaditeľnosti (3). Výsledkom tejto metódy je optimálne stavové spätnoväzobné riadenie, ktoré zabezpečí požadované sledovanie referenčnej trajektórie (Obr. 1).

V prípade návrhu stavového riadenia s integračnou zložkou sa vychádza z stavového opisu (2) dynamického systému, pričom je potrebné navrhnúť riadenie v tvare

$$u(t) = -Kx_{LQI}(t) = -K \begin{bmatrix} x(t) & x_i(t) \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

kde $x_i(t) = \int_0^{\infty} w(t) - y(t) dt$ je výstup z integrátora (Obr.1). Pri tejto metóde sa uvažuje funkcionál v tvare

$$J = \int_0^{\infty} ([y(t) - w(t)]^T Q_y [y(t) - w(t)] + m(t)^T R m(t)) dt \quad (5)$$

kde $w(t)$ je referenčná trajektória, Q_y , R sú symetrické kladne definitné matice a $m(t)$ je derivácia vstupu $u(t)$, t.j.

$$m(t) = \frac{du(t)}{dt} \quad (6)$$

Ďalej je potrebné zdefinovať nový stavový vektor $\hat{x}(t) = [\dot{x}(t)^T, e(t)]^T$, kde $e(t)$ je regulačná odchýlka (Obr.1), rozšírený stavový opis dynamického systému (2) v tvare

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} m(t) \Rightarrow \dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}x(t) + \hat{B}m(t) \quad (7)$$

a odpovedajúci rozšírený funkcionál v tvare

$$J = \int_0^{\infty} (\hat{x}(t)^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_y \end{bmatrix} \hat{x}(t) + m^T R m) dt \quad (8)$$

Teraz je možné postupovať pri návrhu stavového riadenia s integračnou zložkou pre daný dynamický systém (2) ako pri návrhu klasického LQ riadenia pre ustálené riešenia Ricattiho rovnice [6]. Po splnení uvedeného postupu na stavové riadenie má $s(t)$ nasledujúci tvar

$$m(t) = -R^{-1} \hat{B}^T \hat{P}_p \hat{x}(t) = -K_x \dot{x}(t) - K_i e(t) \quad (9)$$

kde K_x , K_i a \hat{P}_p sú dané takto

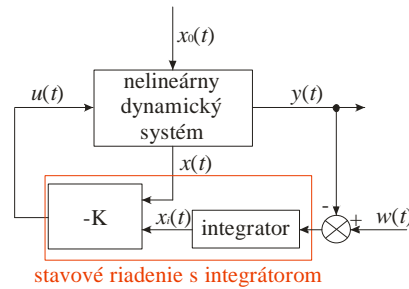
$$\begin{bmatrix} K_x & K_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{-1} \hat{B}^T \hat{P}_{11} & R^{-1} \hat{B}^T \hat{P}_{12} \end{bmatrix}, \quad \hat{P}_p = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} > 0 \quad (10)$$

kde K_x je vektor zosilnení jednotlivých stavov, K_i je zosilnenie integračnej zložky a \hat{P}_p je symetrická kladne semidefinitná matica, ktorá sa získa ako riešenie maticovej Riccatiho algebraickej rovnice v tvare

$$\widehat{P}_p \widehat{A} + \widehat{A}^T \widehat{P}_p - \widehat{P}_p \widehat{B} R^{-1} \widehat{B}^T \widehat{P}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

Po integrácii rovnice (9) má výsledné stavové riadenie s integračnou zložkou tvar

$$u(t) = -K_x x(t) + K_i x_i(t) \quad (12)$$



Obr. 1 Riadiaca štruktúra stavového riadenia - LQ riadenie

V tejto časti bol uvedený všeobecný popis lineárnej metódy syntézy - LQ riadenie s integrátorom, na základe ktorého a s využitím približnej linearizácie bol nahrnutý výsledný zákon optimálneho stavového riadenie s integračnou zložkou (12) s cieľom riadiť simulačný nelineárny model Magnetická levitácia.

IV. NELINEÁRNE METÓDY SYNTÉZY - METÓDA EXAKTNEJ LINEARIZÁCIE VSTUP - VÝSTUP

V tejto časti bude uvedený všeobecný popis metódy exaktnej linearizácie v riadení SISO systémov ako je napríklad Magnetická levitácia. Táto metóda spočíva vo výpočte Lie derivácií, určení relatívneho rádu nelineárneho systému, lokálnej stavovej transformácie súradníc a zo vstupnej transformácie, preto najskôr budú zadefinované niektoré základné pojmy. [4]

Predpokladom je nelineárny dynamický systém zapísaný v afinnom tvare (1). Pre skalárnu funkciu $\lambda(x) = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektorovej premennej $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ a n - rozmernú vektorovú funkciu

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix} \quad (13)$$

je možné definovať novú skalárnu funkciu premennej x nazývanú Lieho operátor, ktorá sa označuje $L_f \lambda(x)$, pričom

$$L_f \lambda(x) = L_f \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (14)$$

Po zadefinovaní, že $\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_1}, \frac{\partial \lambda}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \lambda}{\partial x_n} \right)$ možno funkciu $L_f \lambda(x)$ jednoducho vyjadriť ako

$$L_f \lambda(x) = \frac{\partial \lambda}{\partial x} f(x) \quad (15)$$

Nová funkcia $L_f \lambda(x)$ sa nazýva aj derivácia $\lambda(x)$ pozdĺž $f(x)$. Možné je aj opakované použitie tejto operácie. Napríklad derivovaním najskôr pozdĺž $f(x)$ a potom pozdĺž $g(x)$ je možné skonštruovať funkciu v tvare

$$L_g L_f \lambda(x) = \frac{\partial L_f \lambda}{\partial x} g(x) \quad (16)$$

Derivovaním $\lambda(x)$ k - krát pozdĺž $f(x)$ je možné rekurzívne definovať funkciu

$$L_f^k \lambda(x) = \frac{\partial L_f^{k-1} \lambda}{\partial x} f(x) \quad (17)$$

Pomocou Lie operátora je možné zadefinovať pojem relatívneho rádu systému. Daný nelineárny systém (1) má relatívny rád r v bode x_0 , ak pre všetky x z okolia x_0 a pre všetky $k < r - 1$ platí, že výraz $L_g L_f^k \lambda(x) = 0$, pričom pre $k = r - 1$ platí $L_g L_f^{r-1} \lambda(x) \neq 0$.

Predpokladá sa, že nelineárny systém (1) má relatívny rád r v bode x_0 , pričom $r = n$, kde n je rád nelineárneho systému. Následne rekurzívnym výpočtom Lie operátorov je možné získať lokálnu stavovú transformáciu súradníc $\Phi(x)$, ktorá je definovaná nasledovne

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \Phi_1(x) \\ \Phi_2(x) \\ \dots \\ \Phi_n(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(x) \\ L_f \lambda(x) \\ \dots \\ L_f^{r-1} \lambda(x) \end{pmatrix} \quad (18)$$

Zobrazenie $\Phi(x)$ má regulárnu Jacobiho maticu v bode x_0 , a preto možno toto zobrazenie považovať za lokálnu stavovú transformáciu súradníc v okolí bodu x_0 . Nech prvá nová súradnica je rovná $z_1 = y = h(x)$ potom stavový opis systému v nových súradniciach je v tvare

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{\partial \Phi_1(x)}{\partial x} \frac{\partial dx}{\partial t} = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \frac{\partial dx}{\partial t} = L_f h(x) = \Phi_2(x) = z_2 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= L_f^{r-1} h(x) = \Phi_r(x) = z_r \\ \dot{z}_r &= L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x)u \end{aligned} \quad (19)$$

Na získanie lineárnej formy nelineárneho systému sú potrebné tri kroky

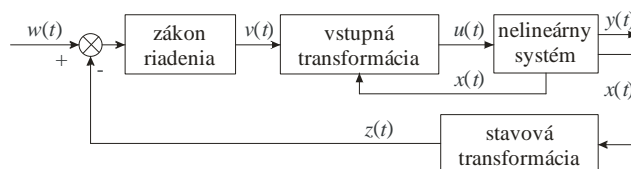
1. určenie relatívneho rádu r systému, pre pokračovanie v syntéze musí platiť $r = n$, kde n je rád nelineárneho systému
2. lokálna stavová transformácia súradníc podľa rovníc (18)
3. definovanie vstupnej transformácie nelineárneho systému z poslednej rovnice sústavy rovníc (19) pri substitúcii $\dot{z}_r = v$ v tvare

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} (v - L_f^r h(x)) \quad (20)$$

kde v predstavuje nový vstup do systému opísaného sústavou rovníc (19). Nový transformovaný systém sa správa ako séria za sebou zapojených integrátorov. Tento transformovaný systém je v stavovom opise vyjadrený v tvare

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v \\ y &= (1 \ 0 \ \dots \ 0)z \end{aligned} \quad (21)$$

Na lineárny systém (21) je možné aplikovať lineárne metódy syntézy, ako napríklad stavové optimálne riadenie s využitím princípu LQ alebo LQI popísané v časti II tohto článku a podobne, pomocou ktorých sa navrhne zákon riadenia, ktorý zabezpečí požadované správanie sa nelineárneho systému (1). Získané transformácie z metódy exaktnej linearizácie ako aj navrhnuté lineárne riadenie je následne implementované do riadiacej štruktúry (Obr. 2).



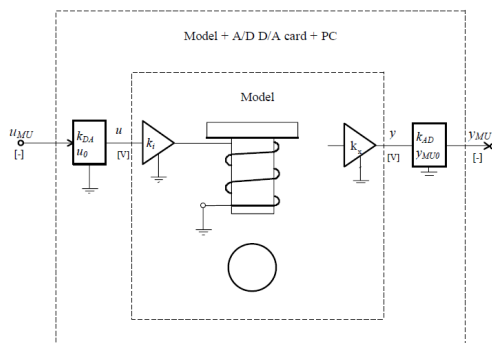
Obr. 2 Bloková schéma implementácie spätnoväzobnej exaktnej linearizácie s LQI riadením do riadiacej štruktúry

Na základe uvedeného popisu metódy exaktnej linearizácie bol navrhnutý programový modul s využitím Symbolického toolboxu v prostredí Matlab/Simulink, ktorého výsledkom boli výsledné transformácie a tiež aj zákon riadenia, pre ktorého návrh bola použitá metóda LQI riadenia. [8]

V. VERIFIKÁCIA ALGORITMOV RIADENIA NA SIMULAČNOM MODELY MAGNETICKÁ LEVITÁCIA

Model magnetickej levitácie CE152 od spoločnosti Humusoft je znázornený na Obr. 3 a demonštruje problémy riadenia späť s nelineárnym nestabilným systémom. Jedná sa o SISO

system, where the input is the voltage of the current amplifier u and the output is the position of the ball r in the magnetic field. The system consists of a coil, which levitates a steel ball in the magnetic field. The position of the ball y is obtained using an inductive linear position sensor connected to an A/D converter. The coil is powered by a current amplifier, which is connected to a D/A converter.[1]



Obr. 3 Bloková schéma modelu magnetickej levitácie

State description (affine form) of the Magnetic Levitation model, which is necessary when using the method of exact linearization as well as in LQI control, has the following form

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{x_3^2 k_c}{m_k (x_0 - x_1)^2} - g - \frac{k_{fv}}{m_k} x_2 \\ -\frac{x_3}{T_a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_i k_{da}}{T_a} \end{bmatrix} u_{MU} \quad (22)$$

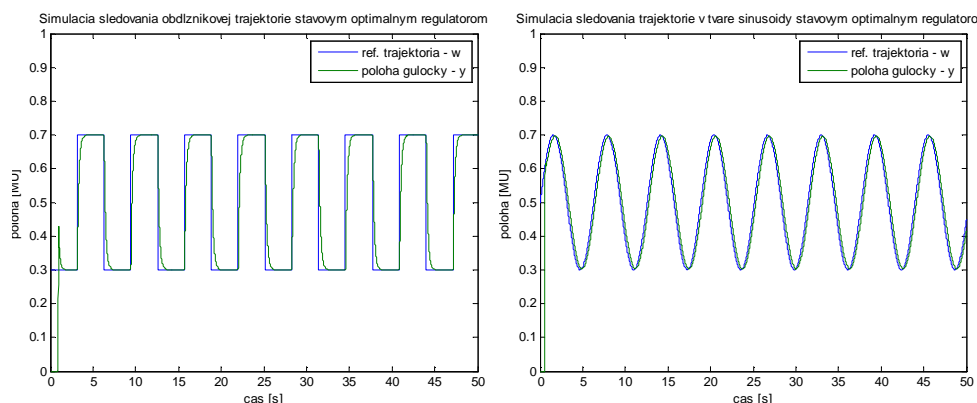
$$y_{MU} = [k_x k_{ad} x_1]$$

where physical quantities and parameters are given in Tab.1.

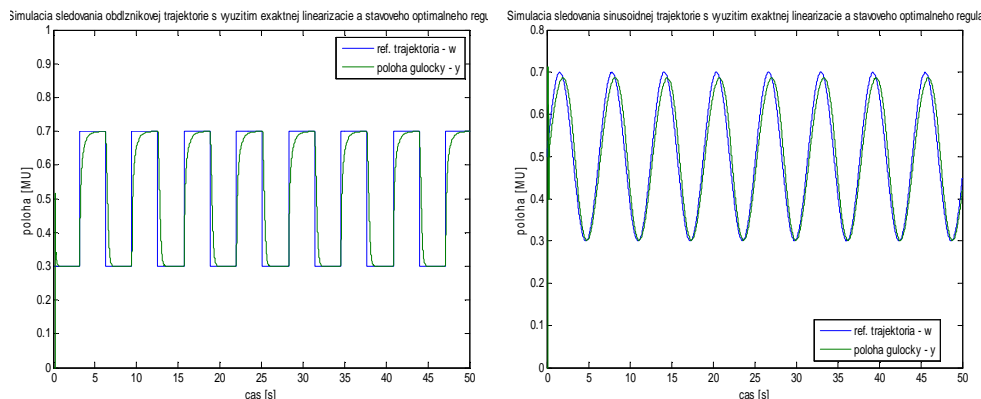
Fyzikálne veličiny:	m_k - hmotnosť guľôčky [kg],
$x = [x_1, x_2, x_3] = [r, \dot{r}, i]$	x_0 - ofset polohy guľôčky [m],
r - poloha guľôčky [m],	g - gravitačné zrýchlenie [ms^{-2}],
\dot{r} - rýchlosť guľôčky [ms^{-1}],	k_{fv} - koeficient tlmenia [$\text{Nm}^{-1}\text{s}^{-1}$],
i - prúd pretekajúci cievkou [A],	k_i - zosilnenie cievky a zosilňovača [A/V],
Parametre:	T_a - časová konštanta cievky a zosilňovača [s],
u_{MU} - vstup D/A prevodníka [MU],	k_x - zosilnenie pozičného senzora [Vm^{-1}],
y_{MU} - výstup A/D prevodníka [V],	k_{da} - zosilnenie D/A prevodníka [V/MU],
k_c - konštanta cievky,	k_{ad} - zosilnenie A/D prevodníka [MU/V]

Tab. 1 fyzikálne veličiny a parametre modelu Magnetickej levitácia

On the basis of the state description (22) a non-linear simulation model of Magnetic Levitation was programmed in the Matlab/Simulink language, which together with designed control algorithms, was implemented into individual control structures (Obr. 1)(Obr. 2), with the aim of ensuring the required position of the ball in the magnetic field of the coil. The resulting graphs of tracking reference trajectories using linear and non-linear synthesis are shown in Obr.4 and Obr.5.



Obr. 4 Výsledné priebehy sledovania referenčnej trajektórie výstupom simuláčného modelu Magnetickej levitácia - LQI riadenie



Obr. 5 Výsledné priebehy sledovania referenčnej trajektórie výstupom simulačného modelu Magnetická levitácia - exaktná linearizácia + LQI riadenie

VI. ZÁVER

V tomto článku bol prezentovaný návrh algoritmov riadenia pre nelineárny simulačný model Magnetická levitácia s využitím lineárnej metódy syntézy - LQ riadenie s integrátorom a nelineárnej metódy syntézy - metóda exaktnej linearizácie vstup - výstup. Navrhnuté zákony riadenia spolu so simulačným nelineárnym modelom bolo implementované do riadiacich štruktúr a simulačné overené v prostredí Matlab/Simulink. Výsledné priebehy ukazujú že výstup z modelu sleduje referenčné trajektórie definované buď ako skokové zmeny medzi dvoma ustálenými stavmi alebo trajektóriou, ktorá predstavuje funkciu sínus, a preto je možné považovať dané prístupy za vhodné na riešenie problému riadenia pre nelineárny model Magnetická levitácia. Získane poznatky a simulačné výsledky z oblasti metód lineárnych a nelineárnych syntéz budú použité pre návrh riadenia reálneho modelu Magnetická levitácia a tiež pre aplikačné využitie na cvičeniach v predmetoch Optimálne a nelineárne systémy, a Riadenie a umelá inteligencia.

POĎAKOVANIE

Tento článok bol vytvorený realizáciou vedeckého projektu Vega č. 1/0286/11 Grantovej agentúry SR pod názvom Dynamické hybridné architektúry v multiagentových sieťových riadiacich systémoch (50%) a projektu Rozvoj Centra informačných a komunikačných technológií pre znalostné systémy (ITMS kód: 26220120030) na základe podpory operačného programu Výskum a vývoj financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja (50%).

ZDROJE

- [1] Humusoft Praha: CE 152 Education Manual Magnetic levitation
- [2] SHAFIQ, M, AKHTAR, S.: Inverse Model Based Adaptive Control of Magnetic Levitation System, 5th Asian Control Conference. 2004.
- [3] JACKO, Ľuboš, HYPIUSOVÁ, Mária: Návrh robustného riadenia magnetickej levitácie na základe vety o stabilite na hrane kvádra neurčitosti, ŠVOČ 2007 sekcia: Automatizované systémy riadenia, STU Bratislava, 2007.
- [4] HUBA, Mikuláš.: Nelineárne systémy, Bratislava: STU, Lokálne stredisko dištančného vzdelávania 2003. ISBN 80-227-1908-0
- [5] SASTRY, Shankar: Nonlinear Systems - Analysis, Stability and Control. Springer-Verlag New York Inc., 1999. ISBN 0-387-98513-1
- [6] FIKAR, Miroslav: Dynamická optimalizácia procesov, STU Bratislava, 2010, ISBN 978-80-89316-08-3.
- [7] KROKAVEC, Dušan, FILASOVÁ, Anna: Diskrétné systémy, Elfa, Košice, 2008.
- [8] ŠUSTER, Peter, JADLOVSKÁ, Anna: Modeling and control design of magnetic levitation system, In: SAMI 2012 : 10th IEEE Jubilee International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics : proceedings : Herľany, Slovakia, January 26-28, 2012. - Budapest : IEEE, 2012. - ISBN 978-1-4577-0195-5. - S. 295-299
- [9] BENETIN, Martin: Výukové programové moduly pre analýzu a syntézu modelov fyzikálnych systémov, Diplomová práca, Košice: Technická univerzita v Košiciach, Fakulta elektrotechniky a informatiky, 2009.