



# Návrh a simulácia riadenia pre nelineárny model Gulička na tyči

---

Ing. Peter Šuster

Katedra kybernetiky a umelej  
inteligencie, FEI TU Košice



# Obsah prezentácie

---

- A. Modelovanie a riadenie nelineárnych systémov
- B. Matematicko – fyzikálny model Gulička na tyči
- C. Návrh a simulačné overenie riadenia s využitím metódy približnej linearizácie
- D. Zhodnotenie dosiahnutých výsledkov a ich ďalšie využitie

# Modelovanie nelineárnych systémov

- analytická identifikácia („white box“)
  - napr. Gulička na ploche, Gulička na tyči,...
- analyticko – experimentálna identifikácia („grey box“)
  - napr. model Helikoptéra
- experimentálna identifikácia („black box“)
  - napr. mobilný robot Khepera



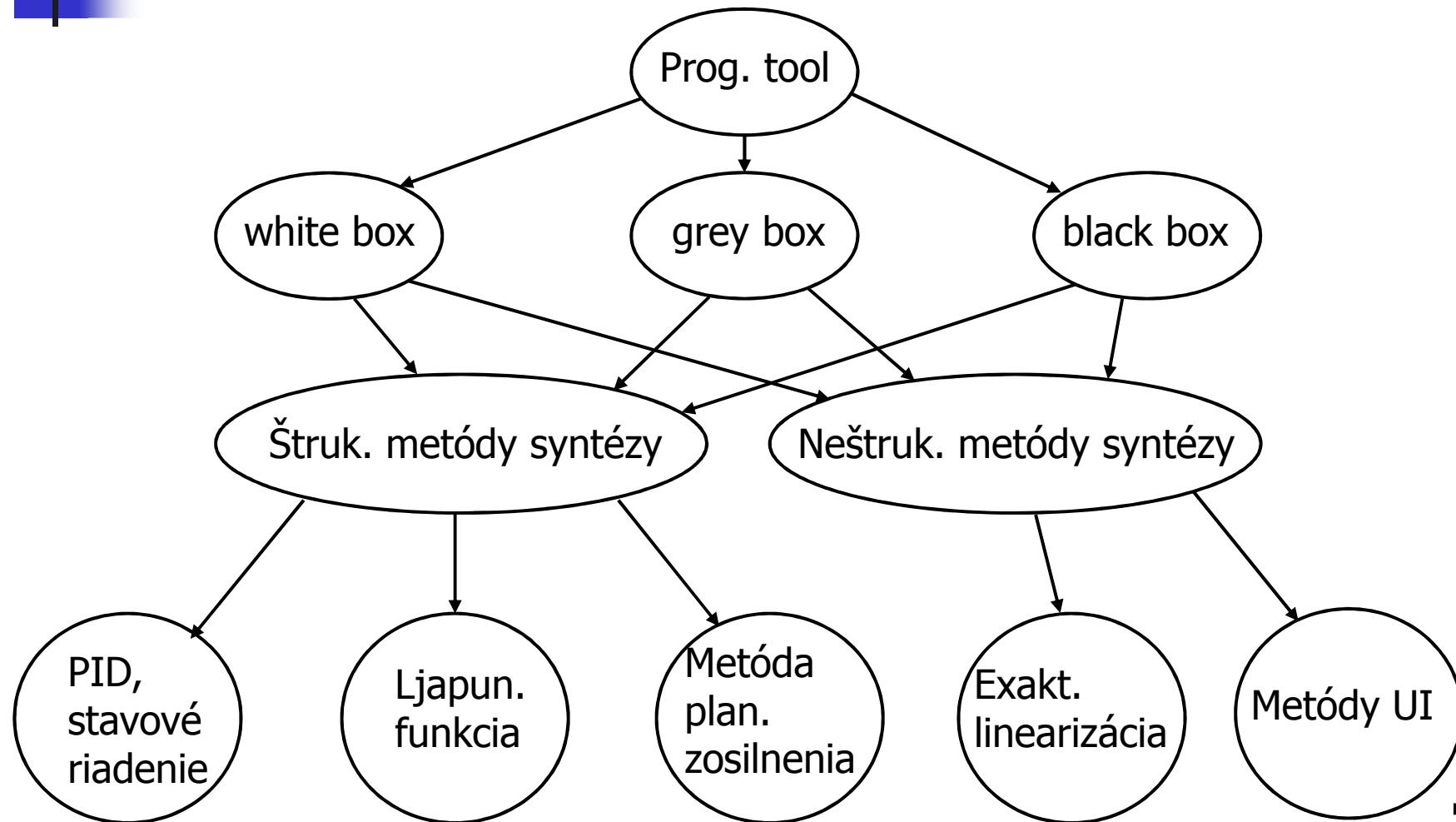


# Metódy syntézy nelineárnych systémov

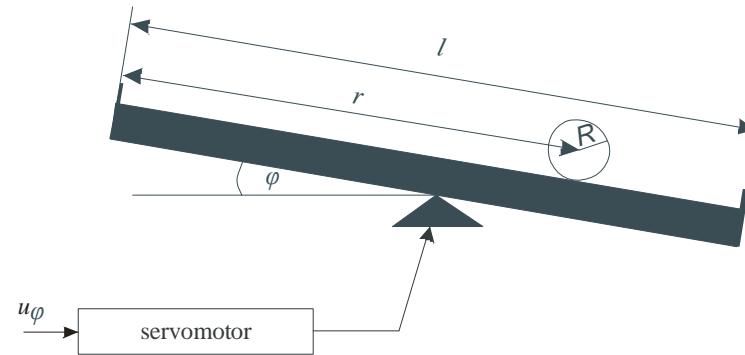
---

- Neštruktúralne metódy syntézy NS
  - Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie
    - PID riadenie, stavové riadenie
  - Návrh riadenia pomocou Ljapunovej funkcie
  - Metóda plánovaného zosilnenia
- Štruktúralne metódy syntézy NS
  - Metóda exaktnej linearizácie

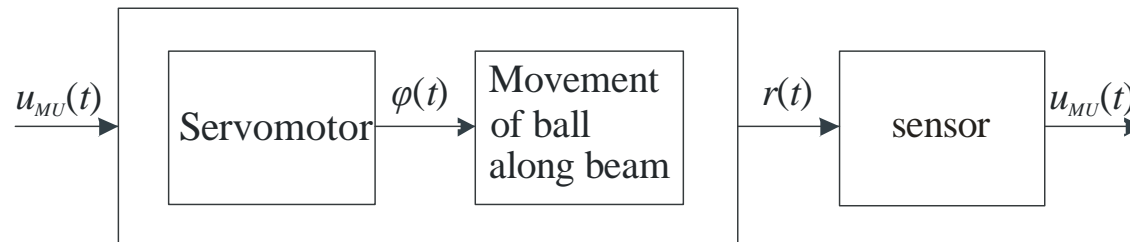
# Softvérový nástroj – NelinSys



# Matematicko – fyzikálny model Gulička na tyči



Obr. 1 Výukový model Gulička na tyči (B&B)



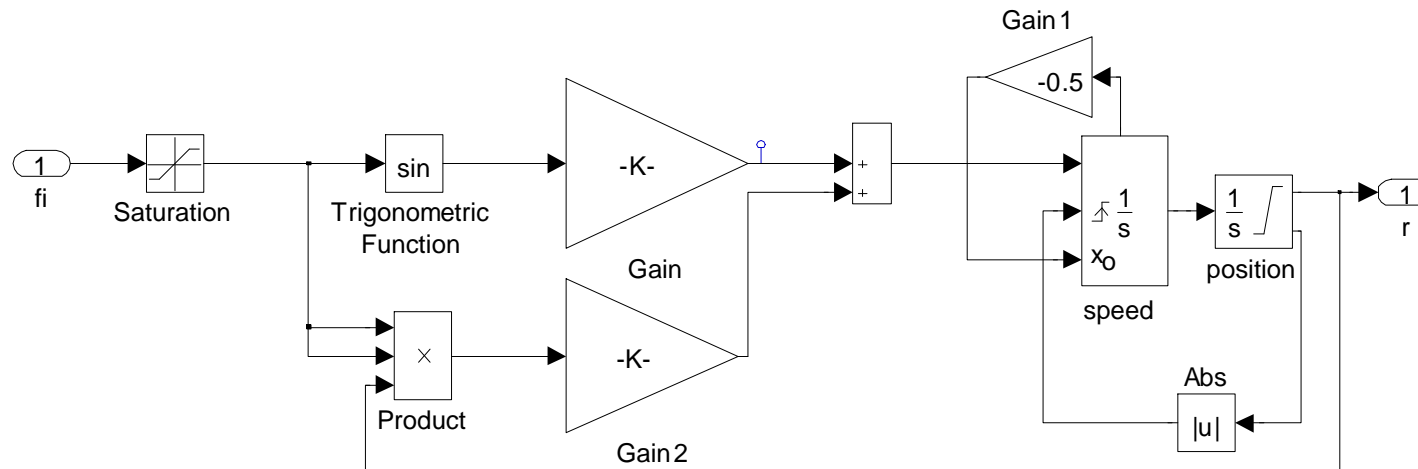
Obr. 2 Gulička na tyči (B&B) - subsystemy

# Matematicko – fyzikálny model Gulička na tyči

## ■ Podsystem Pohyb guličky po tyči

$$\left[ m_g + \frac{J_g}{R_g^2} \right] \cdot \ddot{r}(t) - m_g \cdot r(t) \cdot \dot{\varphi}^2(t) + m_g \cdot g \cdot \sin(\varphi) = 0 \quad (1)$$

$$\left[ J_t + m_g \cdot r^2(t) \right] \cdot \ddot{\varphi}(t) + m_g \cdot g \cdot r(t) \cdot \cos(\varphi) = F_t \cdot l \cdot \cos(\varphi) \quad (2)$$



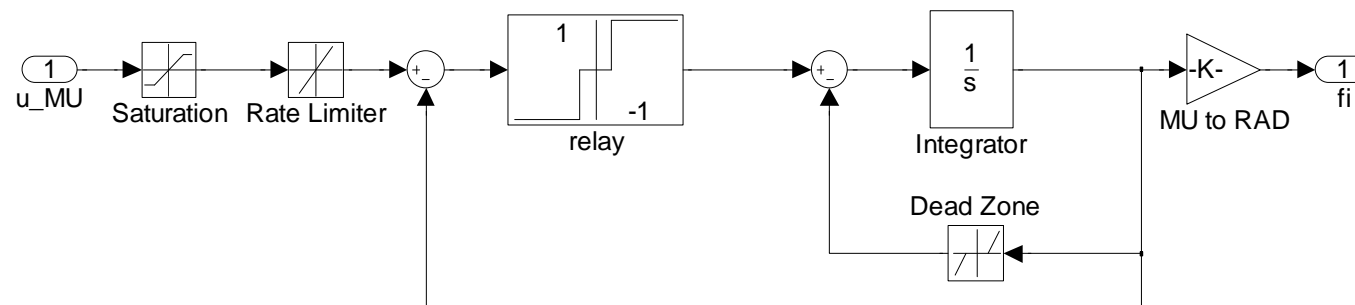
Obr. 3 Simulačná schéma

# Matematicko – fyzikálny model Gulička na tyči

## ■ Podsystem Servomotor

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega \cdot \text{sign}[u_{MU}(t) - u_{\varphi}(t)] \quad \text{pre} \quad [u_{MU}(t) - u_{\varphi}(t)] \geq \text{sensitive} \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = 0 \quad \text{pre} \quad [u_{MU}(t) - u_{\varphi}(t)] < \text{sensitive} \quad (4)$$



Obr. 4 Simulačná schéma



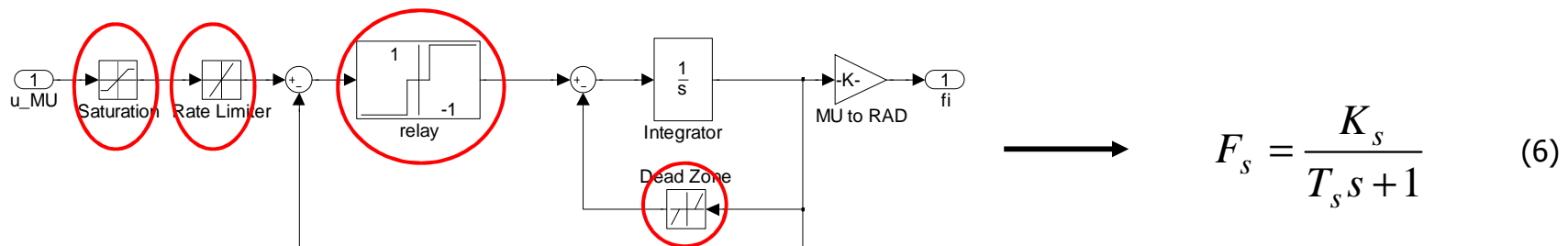
# Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie

- Linearizácia Podsystemu Pohyb guľičky po ploche v bode [0,0]

$$\left[ m_g + \frac{J_g}{R_g^2} \right] \cdot \ddot{r}(t) - m_g \cdot r(t) \cdot \dot{\varphi}^2(t) + m_g \cdot g \cdot \sin(\varphi) = 0 \quad (1)$$

$$\ddot{r}(t) = K_m \varphi(t) \quad \longrightarrow \quad F_m = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{s^2} \quad (5)$$

- Linearizácia Podsystemu Servomotor
  - metóda postupnej integrácie



Obr. 4 Simulačná schéma

# Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie – PD algoritmus riadenia

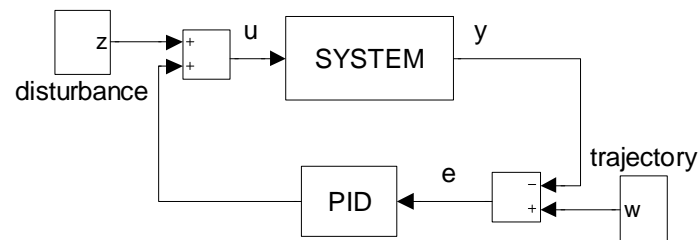
- Výsledná prenosová funkcia modelu B&B

$$F = F_{sn} F_m F_s = \frac{K_{sn} K_m K_s}{s^2 (T_s s + 1)} = \frac{K_{B\&B}}{s^2 (T_s s + 1)} \quad (7)$$

- Metóda štandardných tvarov – Graham - Lantrop
- Uvažovaný zákon riadenia

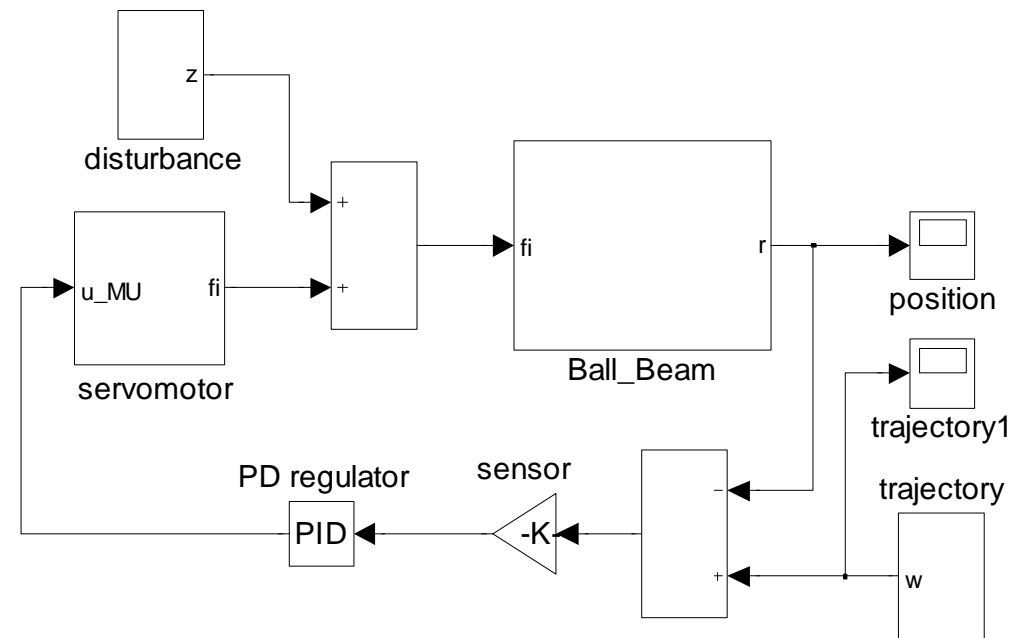
$$u(t) = K(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}) \quad (8)$$

- Sledovanie zadanej trajektórie



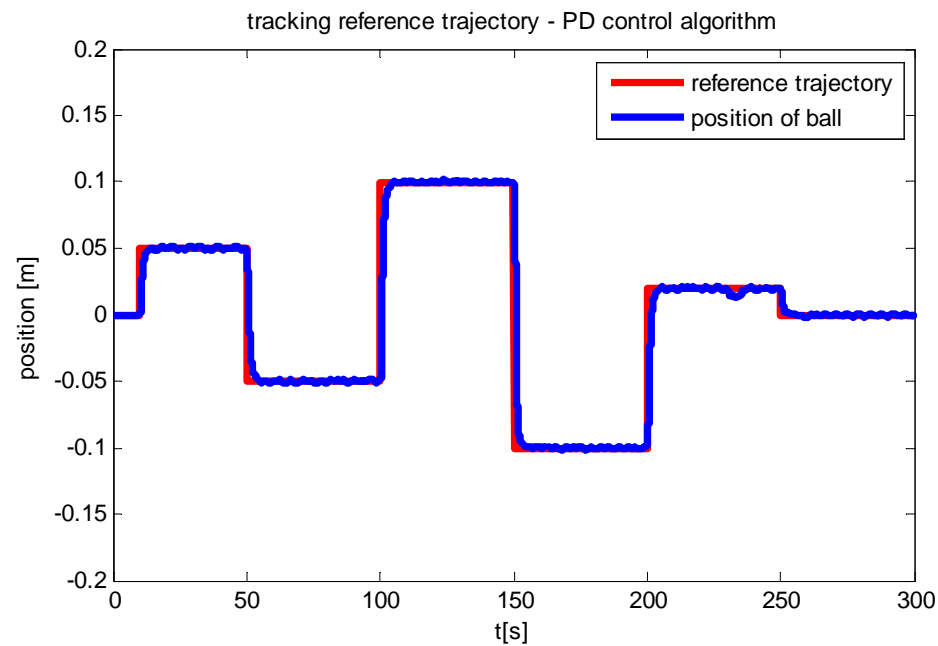
Obr. 5 Simulačná schéma spätnoväzobnej riadiacej štruktúry

# Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie – PD algoritmus riadenia



Obr. 6 Simulačná schéma spätnoväzobnej riadiacej štruktúry

# Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie – PD algoritmus riadenia



Obr. 7 Výsledný priebeh sledovanie referenčnej trajektórie

# Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie – stavový algoritmus riadenia

Linearizovaný model B&B  
vo stavovom priestore

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t)$$

$$y(t) = c^T x(t)$$



$$x = [r \quad \dot{r} \quad \varphi]$$



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & K_{B\&B} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_s} \end{bmatrix}$$

$$c^T = [1 \quad 0 \quad 0]$$

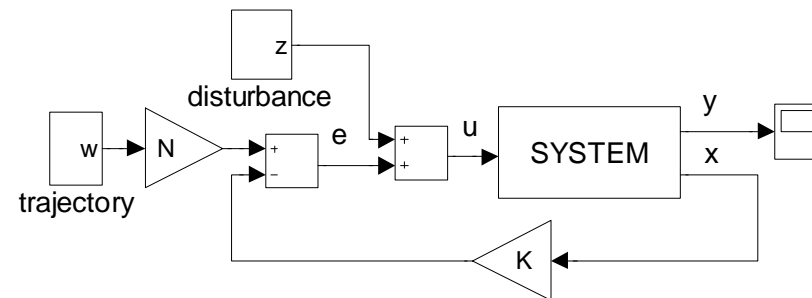
(9)

Stavový algoritmus riadenia

- metóda umiestnenia pólov
- genetický algoritmus

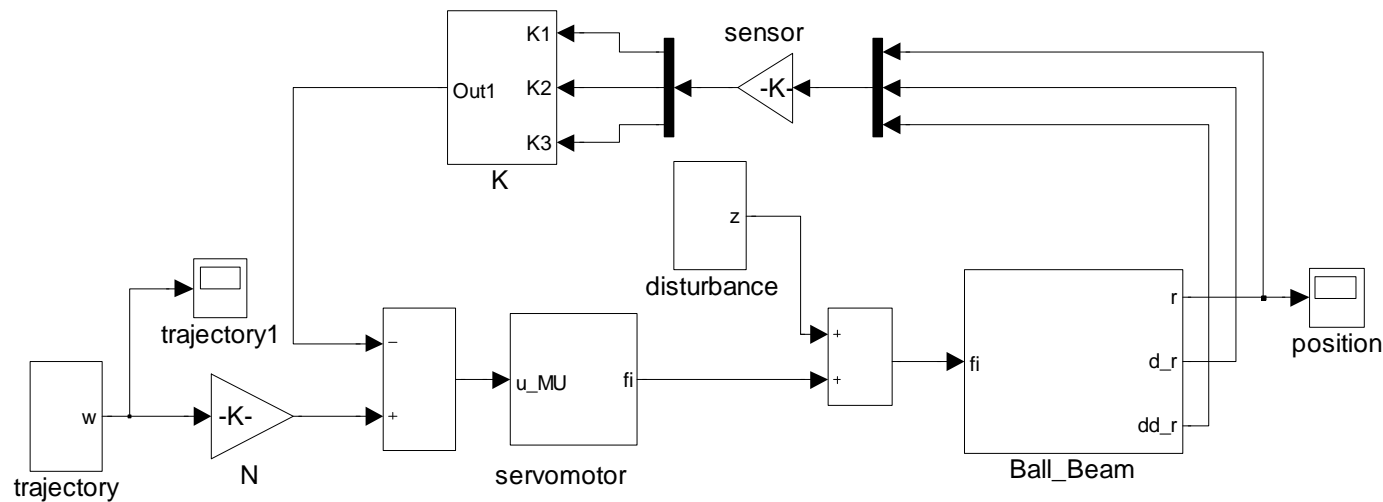
$$u(t) = -Kx(t) + Nw(t) \quad (10)$$

$$N = \frac{1}{c^T (I - (A - bK))^{-1} b} \quad (11)$$



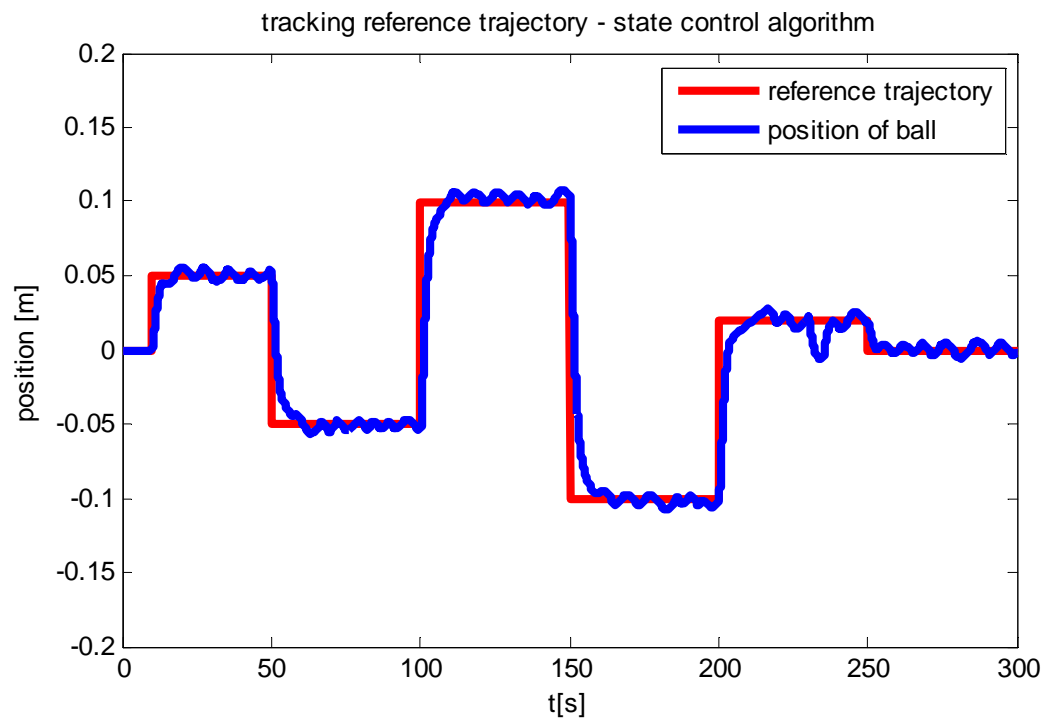
Obr. 8 Simulačná schéma riadiacej štruktúry s dopredným regulátorom

# Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie – stavový algoritmus riadenia



Obr. 8 Simulačná schéma riadiacej štruktúry s dopredným regulátorom

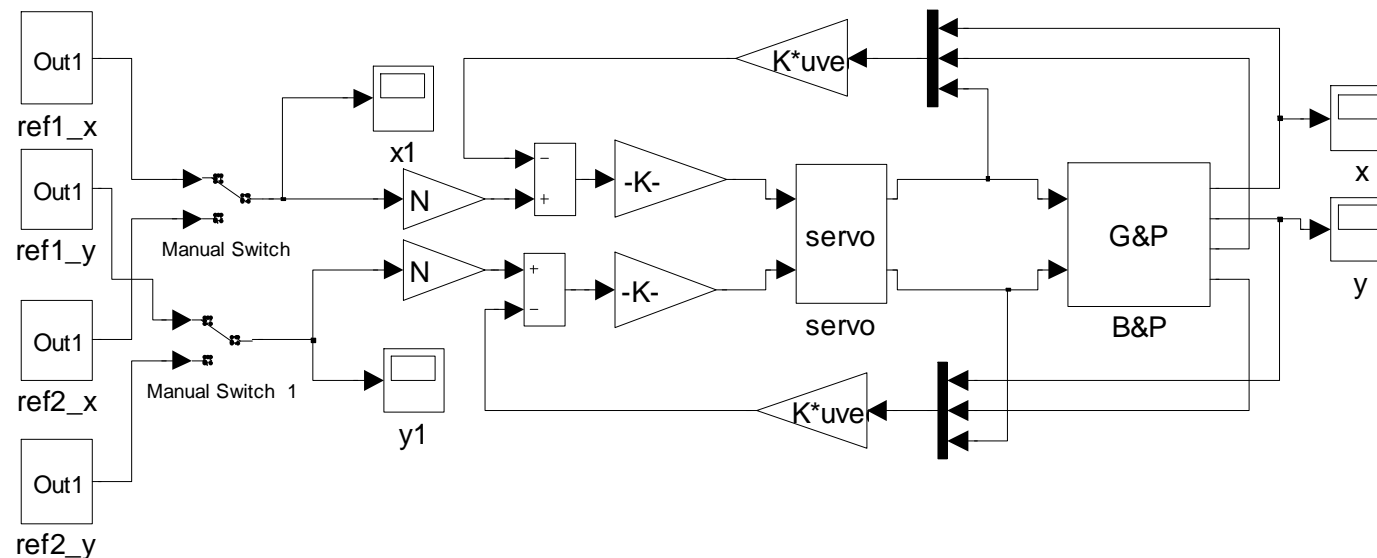
# Návrh riadenia s využitím metódy približnej linearizácie – stavový algoritmus riadenia



Obr. 9 Výsledný priebeh sledovanie referenčnej trajektórie

# Zhodnotenie dosiahnutých výsledkov a ich ďalšie využitie

- model Gulička na ploche

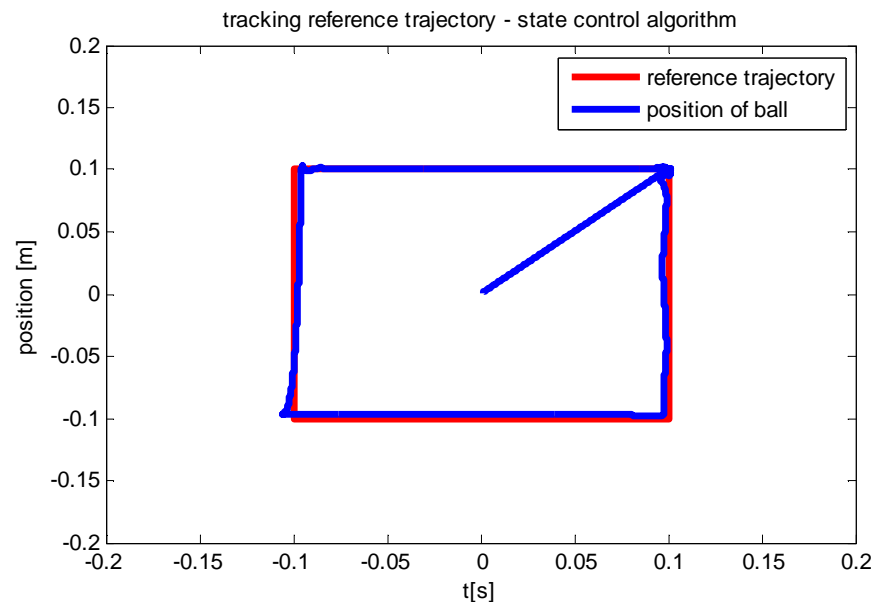


Obr. 10 Simulačná schéma riadiacej štruktúry s dopredným regulátorom



# Zhodnotenie dosiahnutých výsledkov a ich ďalšie využitie

- model Gulička na ploche



Obr. 11 Výsledný priebeh sledovanie referenčnej trajektórie



Ďakujem za pozornosť

---