

SCYR 2012

RIADENIE VÝŠVIHU A STABILIZÁCIE SYSTÉMU KLASICKÉHO A ROTAČNÉHO INVERZNÉHO KYVADLA

(*SWING-UP AND STABILIZING CONTROL OF CLASSICAL AND ROTARY INVERTED
PENDULUM SYSTEMS*)

Ing. Slávka JADLOVSKÁ

8. 5. 2012

(školiťel': *prof. Ing. Ján SARNOVSKÝ, CSc.*)

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Technická univerzita v Košiciach

I.

Základné body prezentovaného problému

I. získanie matematických modelov pre:

- systém jednoduchého klasického inverzného kyvadla
- systém jednoduchého rotačného inverzného kyvadla
- systém jednosmerného (DC) motora s aplikačným využitím pre systémy inverzných kyvadiel

II. návrh stratégie riadenia systémov jednoduchých inverzných kyvadiel

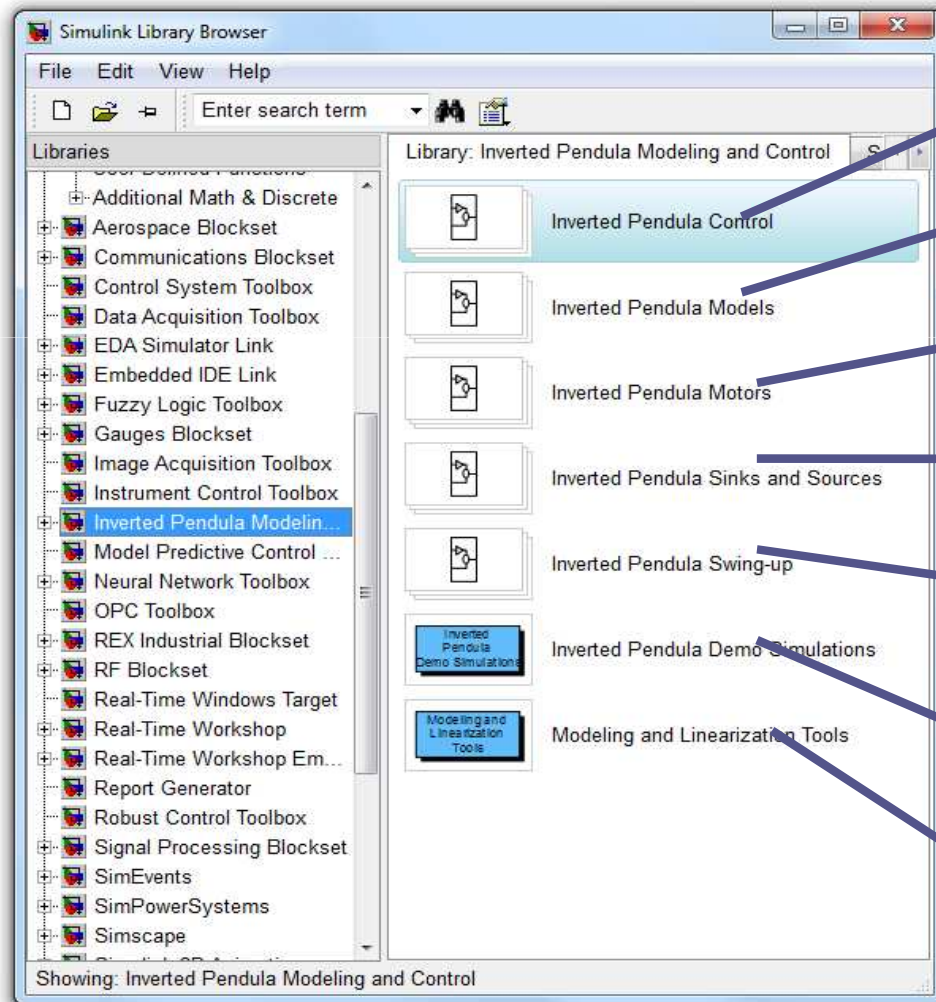
- výšvih kyvadla z dolnej stabilnej do hornej nestabilnej rovnovážnej polohy
- stabilizácia kyvadla v hornej nestabilnej rovnovážnej polohe

III. simulačné overenie navrhnutej stratégie riadenia a zhodnotenie dosiahnutých výsledkov

8. 5. 2012

I.

Inverted Pendula Modeling and Control - IPMaC (knižnica funkčných blokov)



stavové riadenie

modely inverzných kyvadiel

motory

vstupno-výstupné bloky

výšvih do hornej polohy

demonštračné simulácie

GUI nástroje

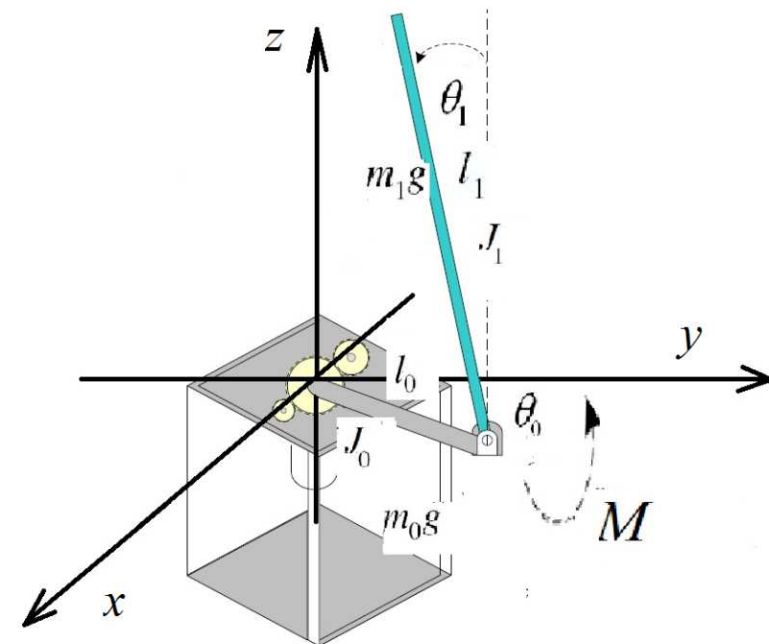
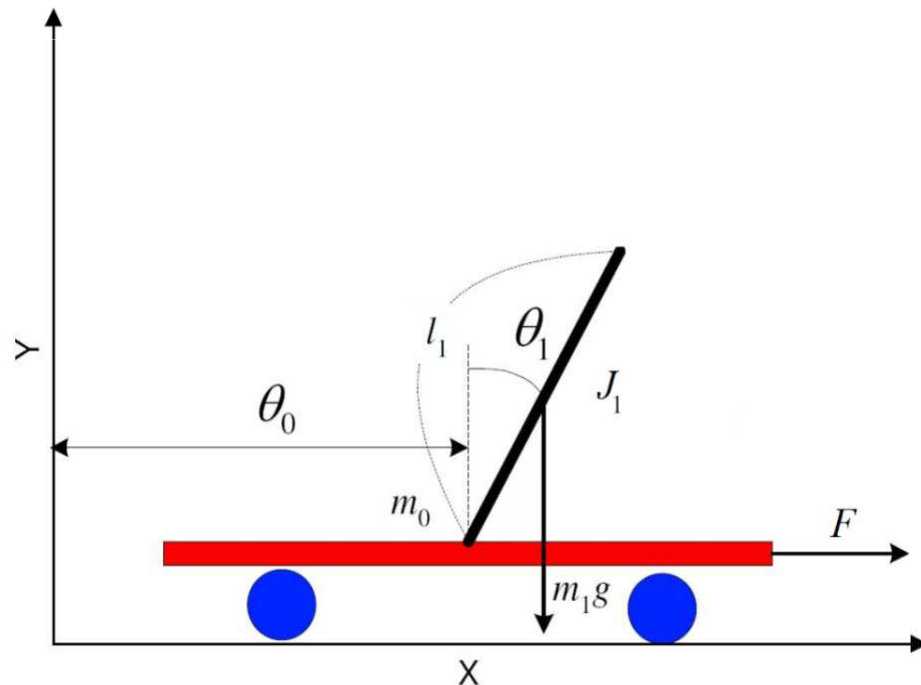
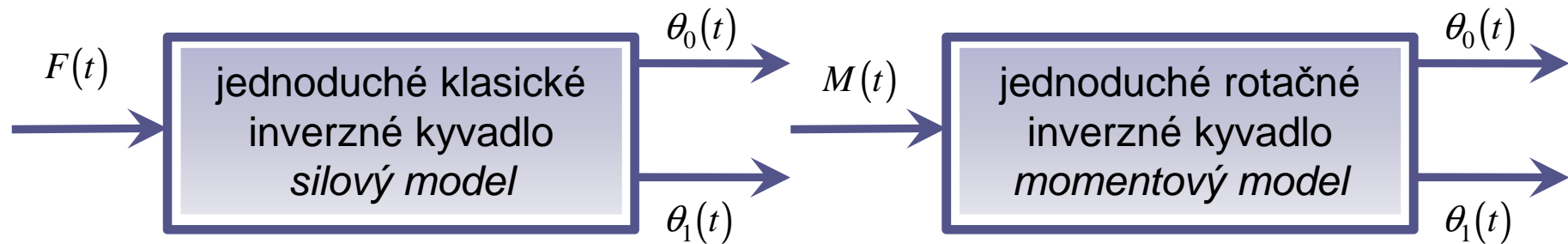
II.

**Matematické modelovanie systému
jednoduchého klasického a rotačného
inverzného kyvadla - všeobecný prístup**

II. A.

8. 5. 2012

Jednoduché klasické a rotačné inverzní kyvadlo - schéma a parametre



II. A.

Inverted Pendula Model Equation Derivator (automatické odvodenie matematických modelov)

8. 5. 2012

výber typu systému a počtu kyvadiel

Inverted Pendula Model Equation Derivator

Inverted Pendula Model Equation Derivator

Inverted pendula system type

Number of pendula:
one (single inverted pendulum)

Type of system:
 classical
 rotary

Derive model equations...

Classical Single Inverted Pendulum Motion Equations
Parameters:
F - input force
m0 - cart mass, m1 - pendulum mass
l1 - pendulum length
delta0 - cart friction, delta1 - pendulum damping
JT1 - pendulum moment of inertia
fi0 - cart position, fi1 - pendulum position, dfi0 - cart velocity, dfi1 - pendulum angular velocity

Model equations

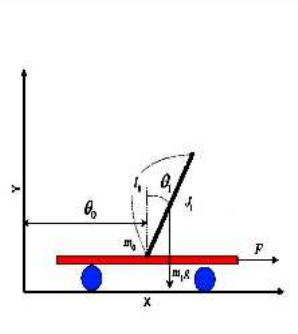
Cart equation:

$$- (l1*m1*\sin(fi1)*dfi1^2)/2 + \text{delta}0*d\text{fi}0 + d2\text{fi}0*(m0 + m1) + (d2\text{fi}1*l1*m1*\cos(fi1))/2 = F$$

Pendulum equation:

$$d2\text{fi}1*((m1*l1^2)/4 + \text{JT}1) + \text{delta}1*d\text{fi}1 + (d2\text{fi}0*l1*m1*\cos(fi1))/2 - (g*l1*m1*\sin(fi1))/2 = 0$$

odvodené pohybové rovnice



spustenie procesu
odvodenia

II. A.

Zovšeobecnený prístup k modelovaniu systémov inverzných kyvadiel

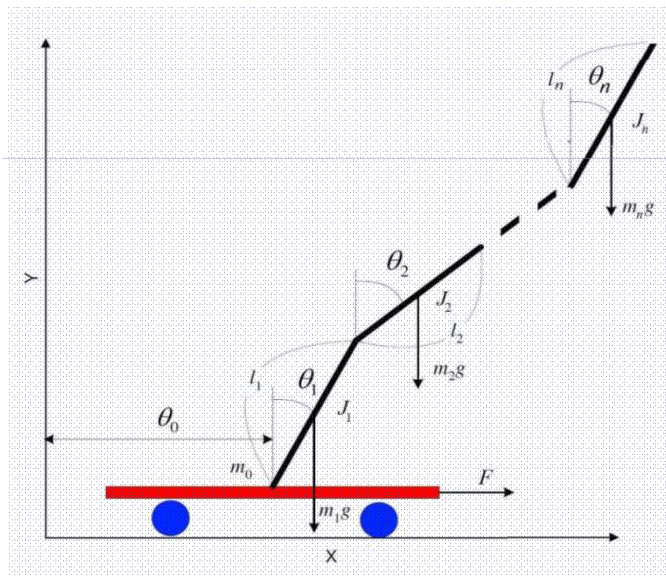
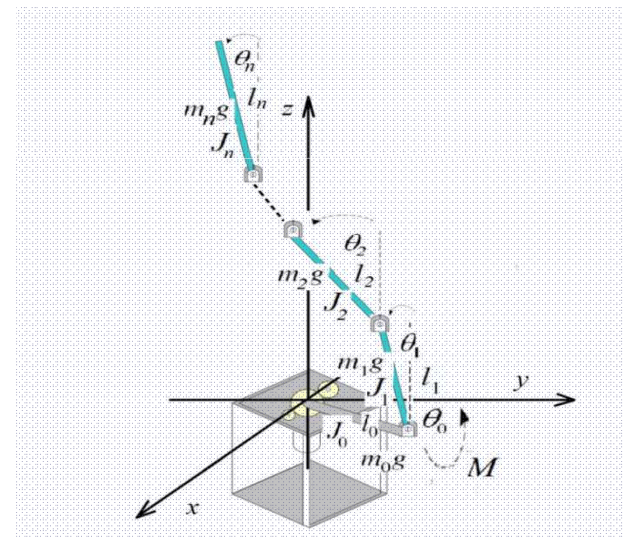
8. 5. 2012

Popis systému:

$$\theta(t) = (\theta_0(t) \quad \theta_1(t) \quad \dots \quad \theta_n(t))^T$$

poloha vozíka/ramena

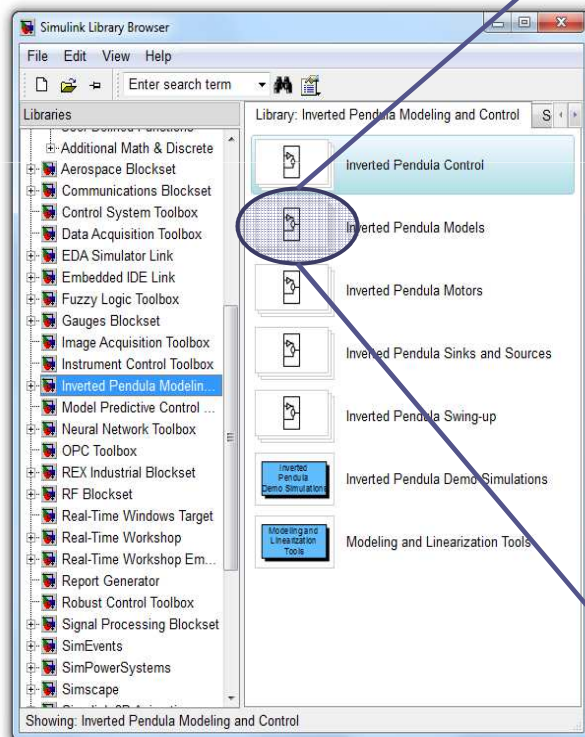
výchyľky kyvadiel

systém n klasických inverzných kyvadielsystém n rotačných inverzných kyvadiel

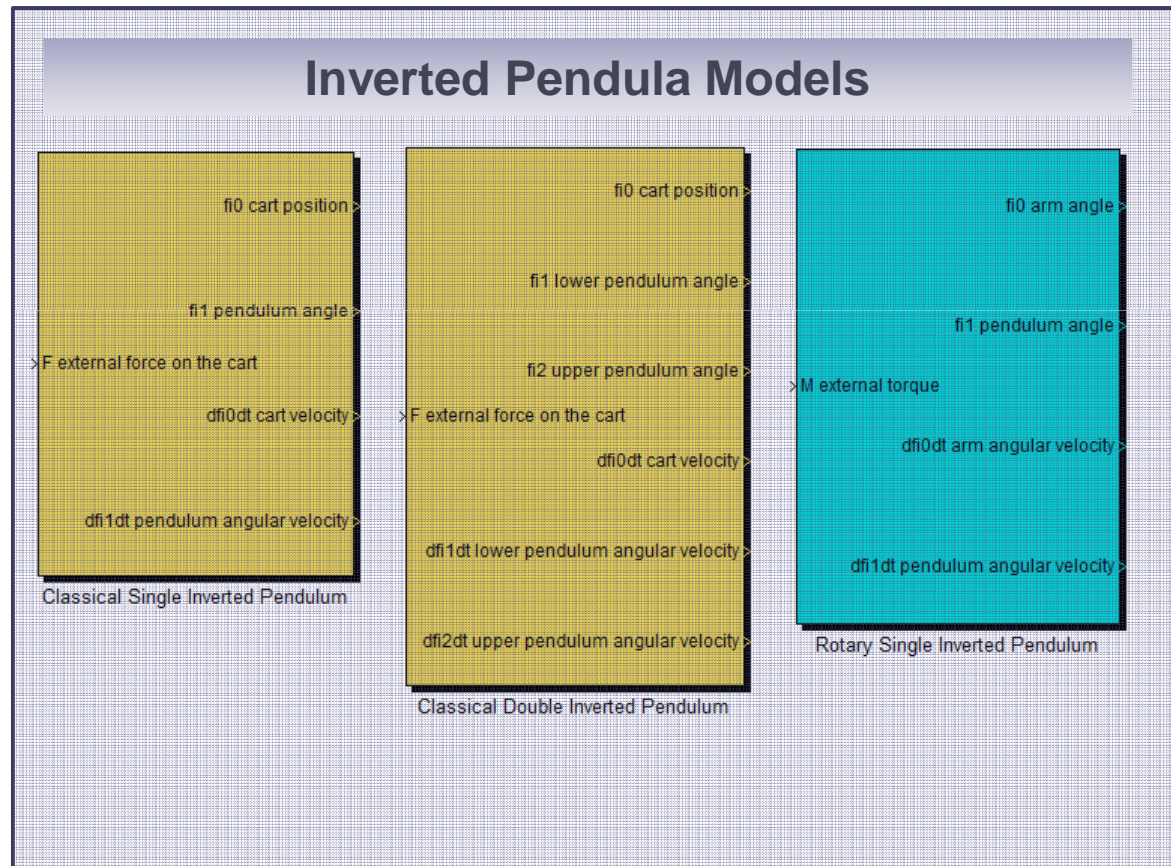
Minimálna forma ODE: $\mathbf{M}(\theta(t))\ddot{\theta}(t) + \mathbf{N}(\theta(t), \dot{\theta}(t))\dot{\theta}(t) + \mathbf{P}(\theta(t)) = \mathbf{V}(t)$

II. A. Simulačné modely inverzných kyvadiel (funkčné bloky)

Inverted Pendula Modeling and Control



Inverted Pendula Models



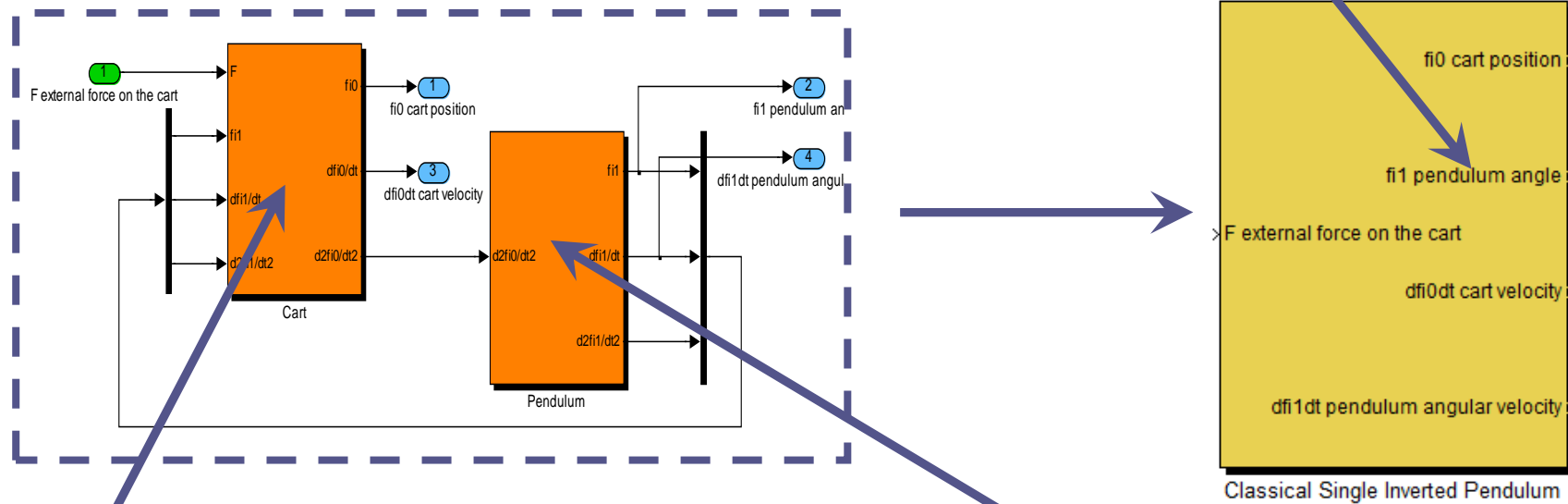
II. A.

8. 5. 2012

Modelovanie systému jednoduchého klasického inverzného kyvadla

$$\begin{pmatrix} m_0 + m_1 & \frac{1}{2} m_1 l_1 \cos \theta_1(t) \\ \frac{1}{2} m_1 l_1 \cos \theta_1(t) & J_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_0(t) \\ \ddot{\theta}_1(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_0 & -\frac{1}{2} m_1 l_1 \dot{\theta}_1(t) \sin \theta_1(t) \\ 0 & \delta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_0(t) \\ \dot{\theta}_1(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} m_1 g l_1 \sin \theta_1(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

funkčný blok *Classical Single Inverted Pendulum*



subsystém vozíka (*Cart*)

subsystém kyvadla (*Pendulum*)

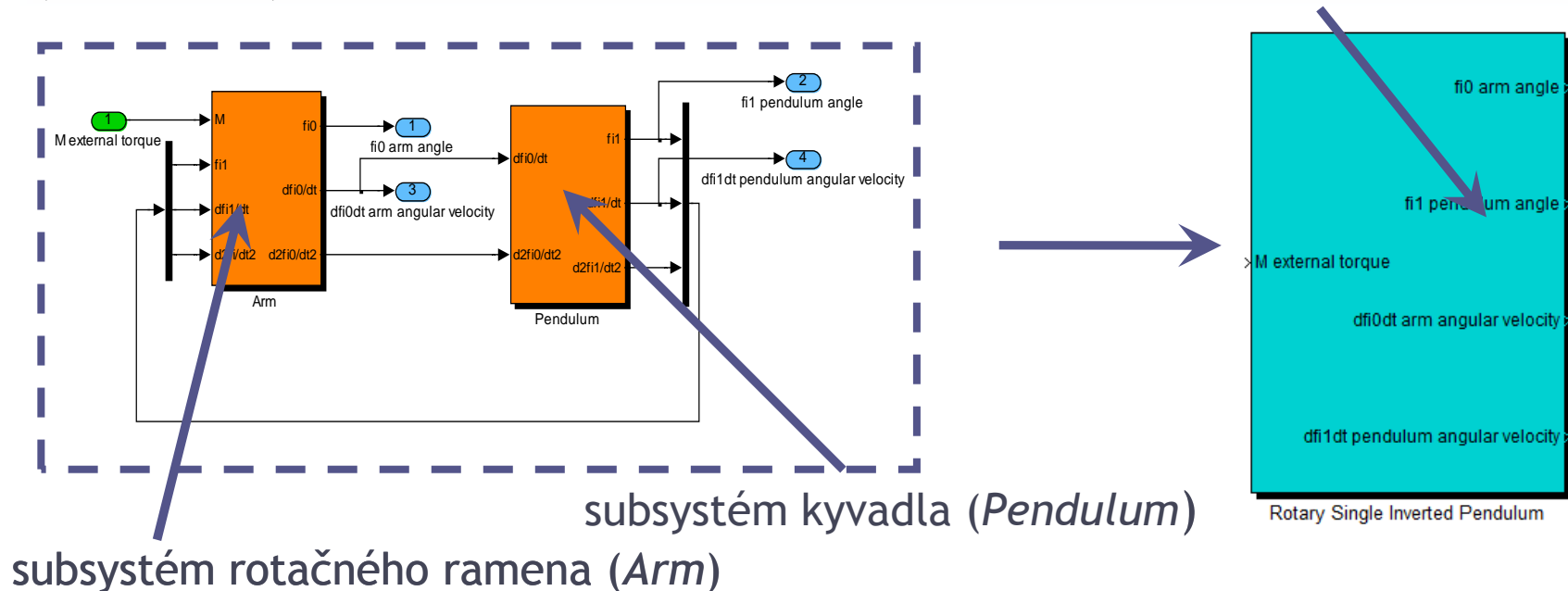
II. A.

8. 5. 2012

Modelovanie systému jednoduchého rotačného inverzného kyvadla

$$\begin{pmatrix} J_0 + m_1 l_0^2 + \frac{1}{4} m_1 l_1^2 \sin^2 \theta_1(t) & \frac{1}{2} m_1 l_0 l_1 \cos \theta_1(t) \\ \frac{1}{2} m_1 l_0 l_1 \cos \theta_1(t) & J_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_0(t) \\ \ddot{\theta}_1(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_0 + \frac{1}{4} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1(t) \sin 2\theta_1(t) & -\frac{1}{2} m_1 l_0 l_1 \dot{\theta}_1(t) \sin \theta_1(t) \\ -\frac{1}{8} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_0(t) \sin 2\theta_1(t) & \delta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_0(t) \\ \dot{\theta}_1(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} m_1 g l_1 \sin \theta_1(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

funkčný blok *Rotary Single Inverted Pendulum*

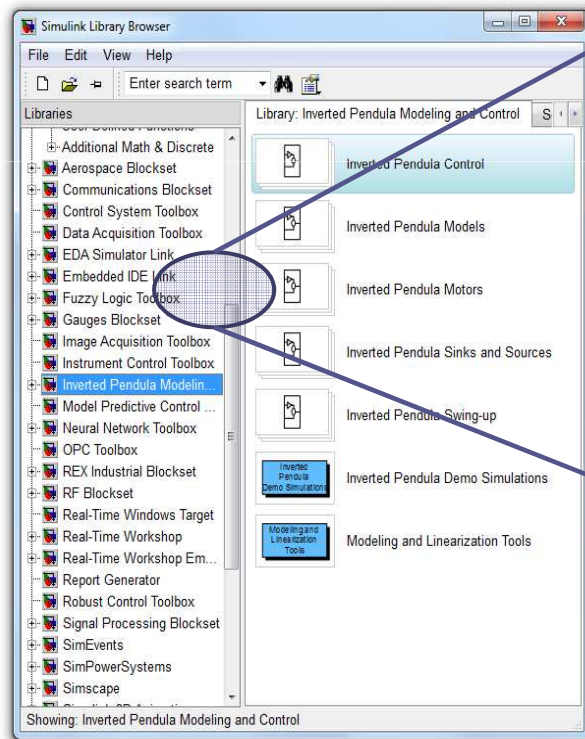


II. B.

8. 5. 2012

Modelovanie DC motora s aplikačným využitím pre systémy inverzných kyvadiel (funkčný blok)

Inverted Pendula Modeling and Control



Inverted Pendula Motors

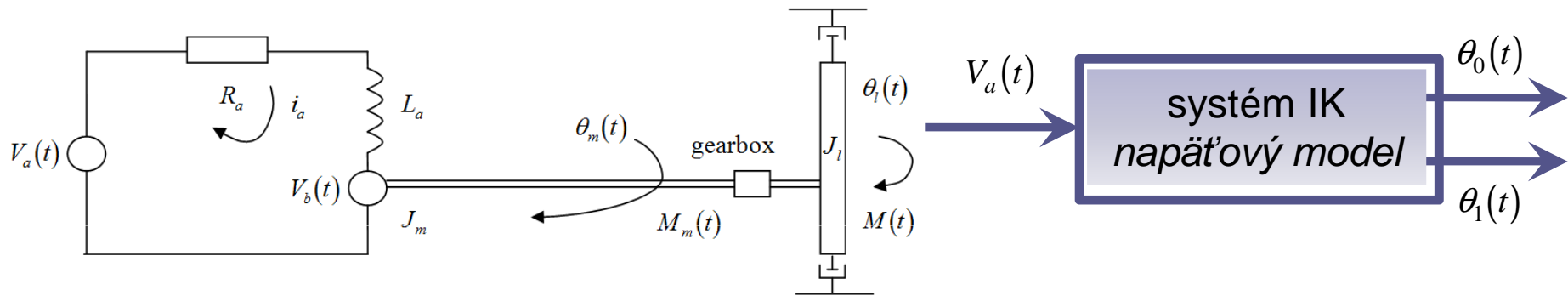
> V motor voltage

F force induced on the cart >

> df/dt cart velocity

DC Motor for Inverted Pendula Systems

II. B. Model DC motora v tvare prevodného vzťahu F/V, M/V



system rotačného inverzného kyvadla:

$$M(t) = \frac{k_m k_g}{R_a} V_a(t) - \frac{k_m^2 k_g^2}{R_a} r \dot{\theta}_0(t)$$

system klasického inverzného kyvadla:

$$F(t) = \frac{k_m k_g}{R_a r} V_a(t) - \frac{k_m^2 k_g^2}{R_a r^2} c \dot{\theta}_0(t)$$

- > V motor voltage
- M torque induced on the cart >
- > dθ/dt arm angular velocity

DC Motor for Inverted Pendula Systems

- > V motor voltage
- F force induced on the cart >
- > dθ/dt cart velocity

DC Motor for Inverted Pendula Systems

8. 5. 2012

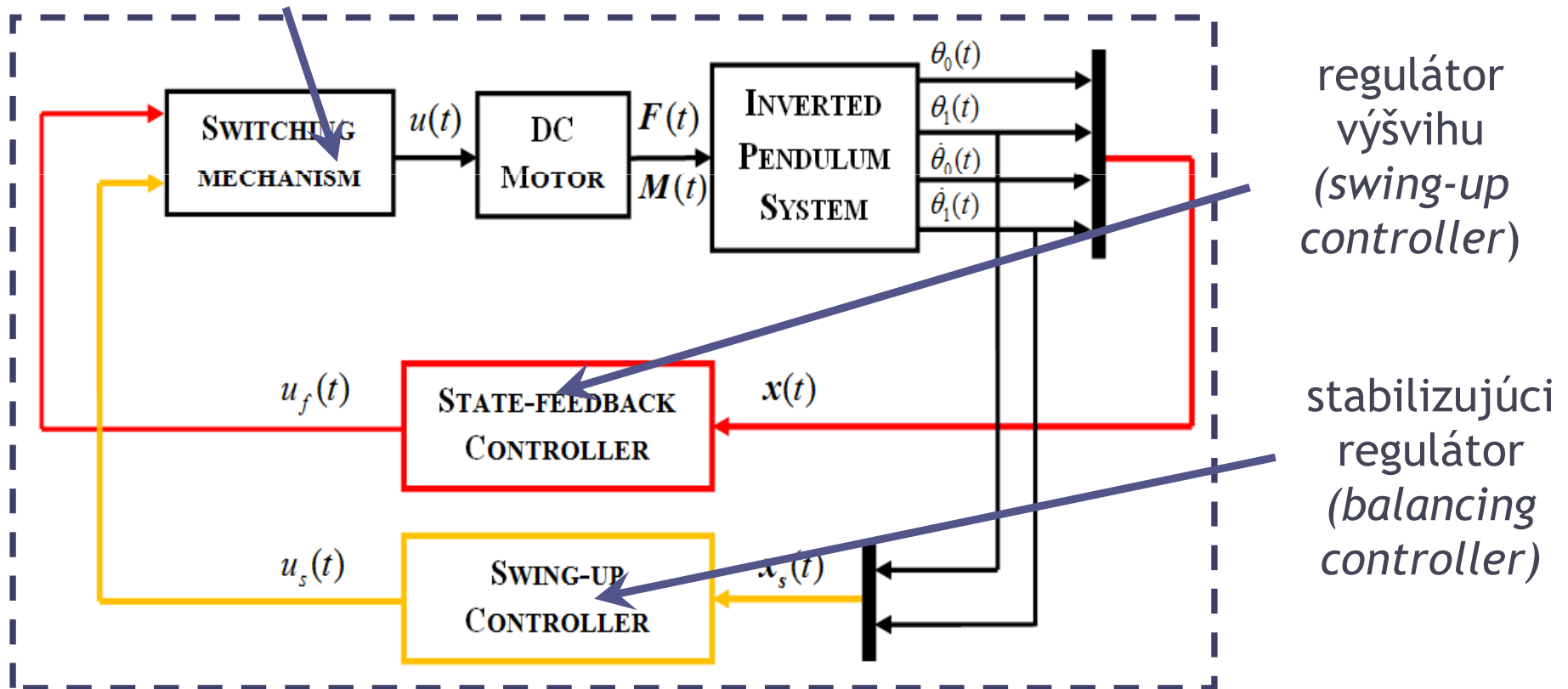
III.

Návrh stratégie riadenia systémov jednoduchých inverzných kyvadiel

III.

Riadenia systémov inverzných kyvadiel - bloková schéma
(*cieľ riadenia: výšvih kyvadla z dolnej stabilnej do hornej nestabilnej polohy, zachytenie a stabilizácia*)

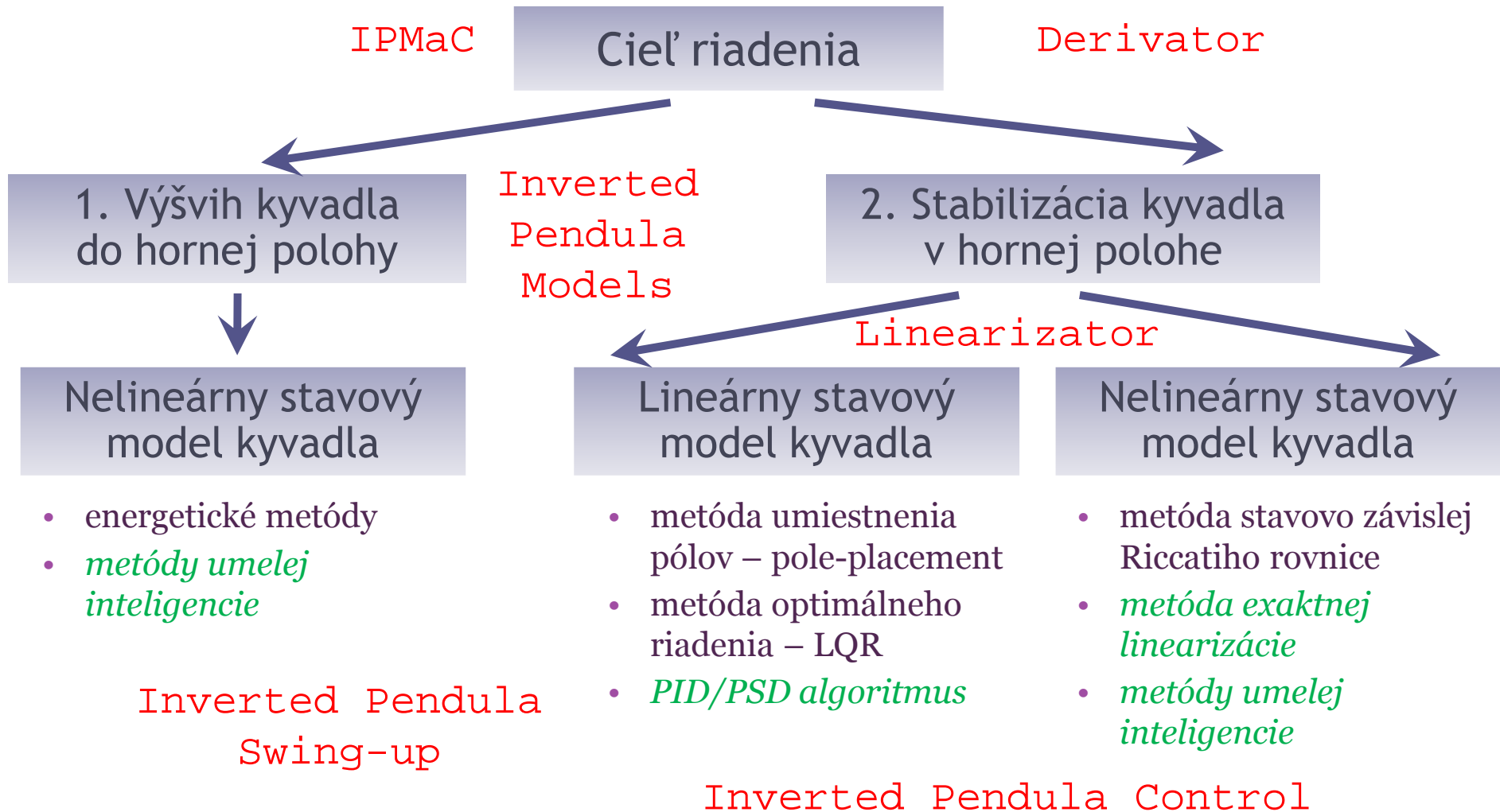
prepínací mechanizmus (*transition/switching mechanism*)



III.

8. 5. 2012

Riadenie systémov inverzných kyvadiel použitím knižnice *Inverted Pendula Modeling and Control*

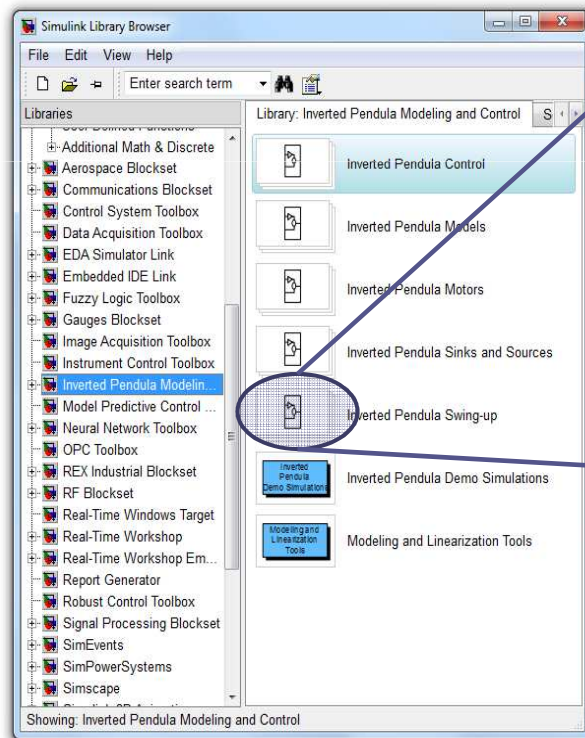


III. A.

Funkčný blok zabezpečujúci výšvih kyvadla

8. 5. 2012

Inverted Pendula Modeling and Control



Inverted Pendula Swing-up

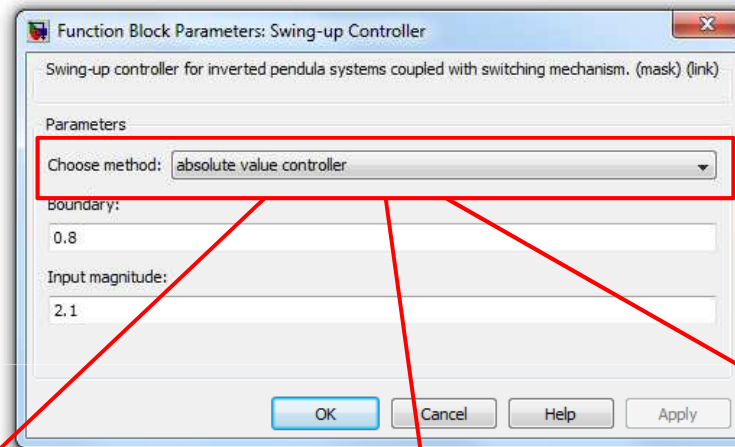
```
> fi1  
> dfi1dt Swing-up Controller us  
> u
```

Swing-up Controller

III. A.

8. 5. 2012

Implementované riadiace zákony pre výšvih kyvadla na energetickej báze



absolute value controller

$$u(t) = u_m \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1(t) |\theta_1(t)|)$$

cosine value controller

$$u(t) = -u_m \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1(t) \cos(\theta_1(t)))$$

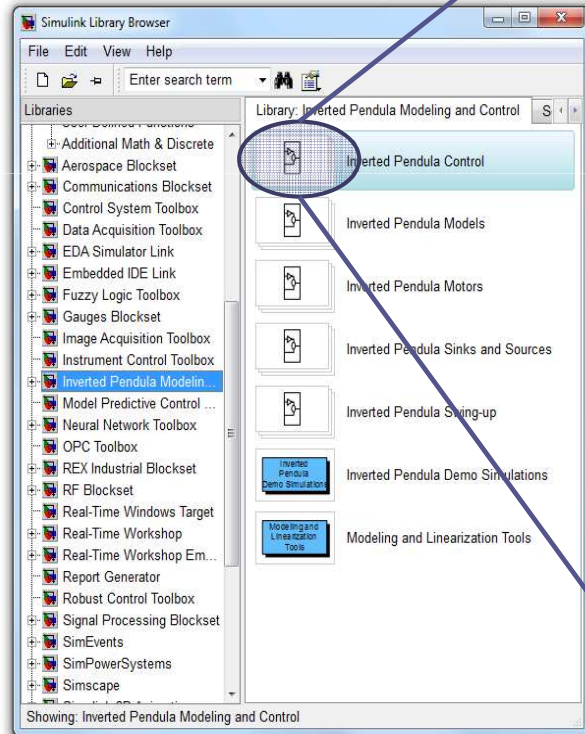
zero speed controller

$$u(t) = u_m \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1(t))$$

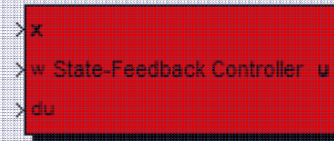
III. B.

8. 5. 2012

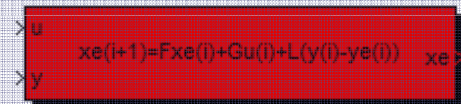
Funkčné bloky zabezpečujúce stavové riadenie

Inverted Pendula
Modeling and Control

Inverted Pendula Control



State-Feedback Controller with Feedforward Gain



Luenberger Estimator



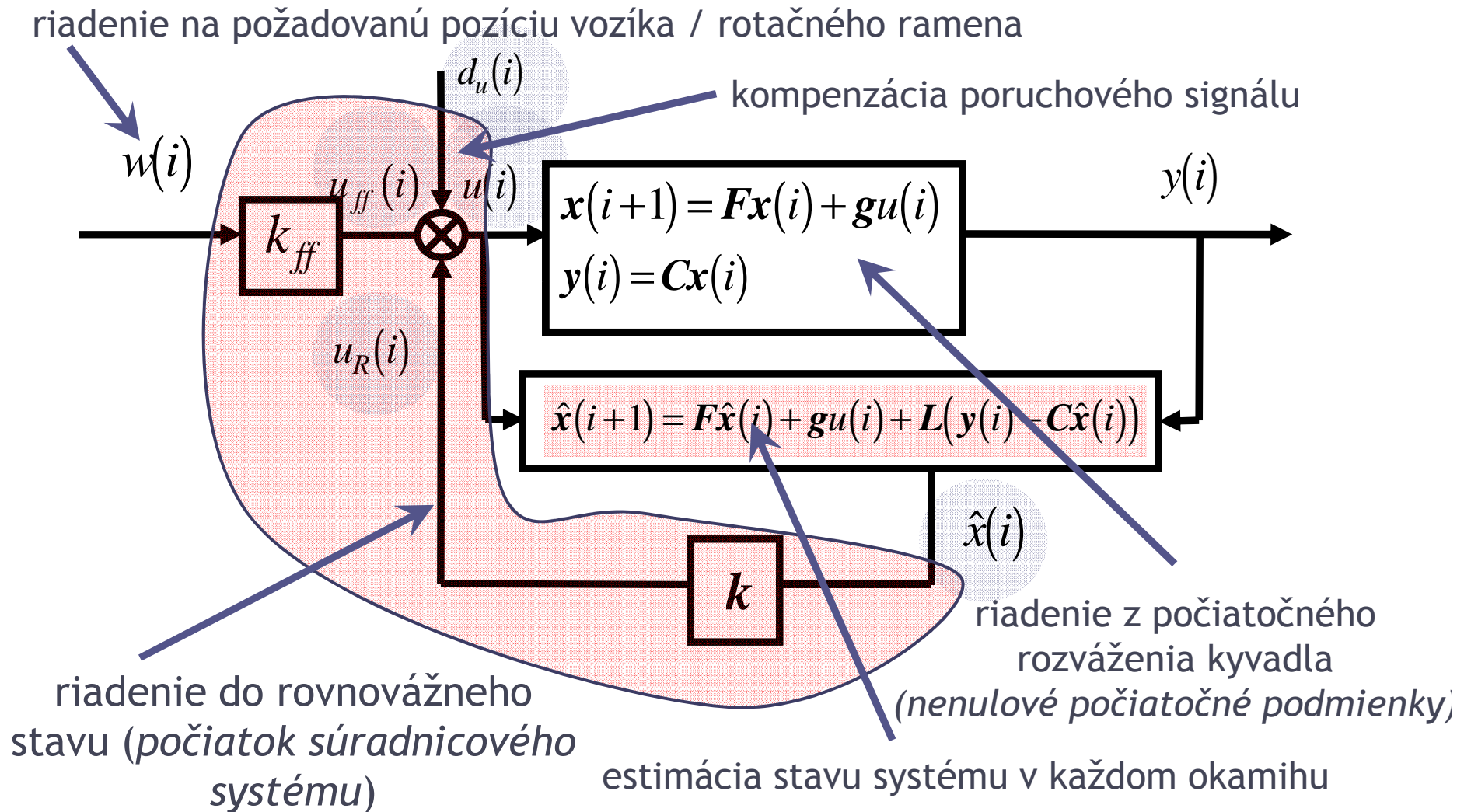
State-Feedback Controller with a Summator



SDRE Controller

III. B.

Spätnoväzobné stavové riadenie - princíp a ciele riadenia



8. 5. 2012

III. B.

Inverted Pendula Model Linearizator & Discretizer

výber typu systému a počtu kyvadiel

Inverted Pendula Model Linearizator & Discretizer

Inverted pendula system type

Number of pendula:
one (single inverted pendulum)

Type of system:

classical
 rotary

Model parameters

Cart mass (m0): 0.5 Arm length (l0): 0.6 Friction coefficient (delta0): 0.3
 Pendulum mass (m1): 0.275 Pendulum length (l1): 0.5 Damping coefficient (delta1): 0

Motor parameters

Include DC motor?

Motor torque constant (Km): 0.00767 Motor resistance (Ra): 2.6
 Gearbox ratio (Kg): 3.7 Motor pinion radius (r): 0.00635

Linearize system... Pendulum position: up

Continuous-time state-space matrices

State matrix A:

0	0	1	0
0	0	0	1
0	-14.3243	-3.5435	0
0	55.2138	6.3783	0

Input matrix B:

0
0
0.1288
-0.2318

Output matrix C:

1	0	0	0
0	1	0	0

Direct feedthrough matrix D:

0
0

Discretize system... Sampling time: 0.01

Discrete-time state-space matrices

State matrix F:

1	-7.0816e-04	0.0098	-2.3670e-06
0	1.0027	3.1532e-04	0.0100
0	-0.1409	0.9652	-7.0816e-04
0	0.5481	0.0627	1.0027

Input matrix G:

6.3655e-06
-1.1461e-05
0.0013
-0.0023

Output matrix C:

1	0	0	0
0	1	0	0

Direct feedthrough matrix D:

0
0

parametre systému

parametre motora

matice po linearizácii

matice po diskretizácii

8. 5. 2012

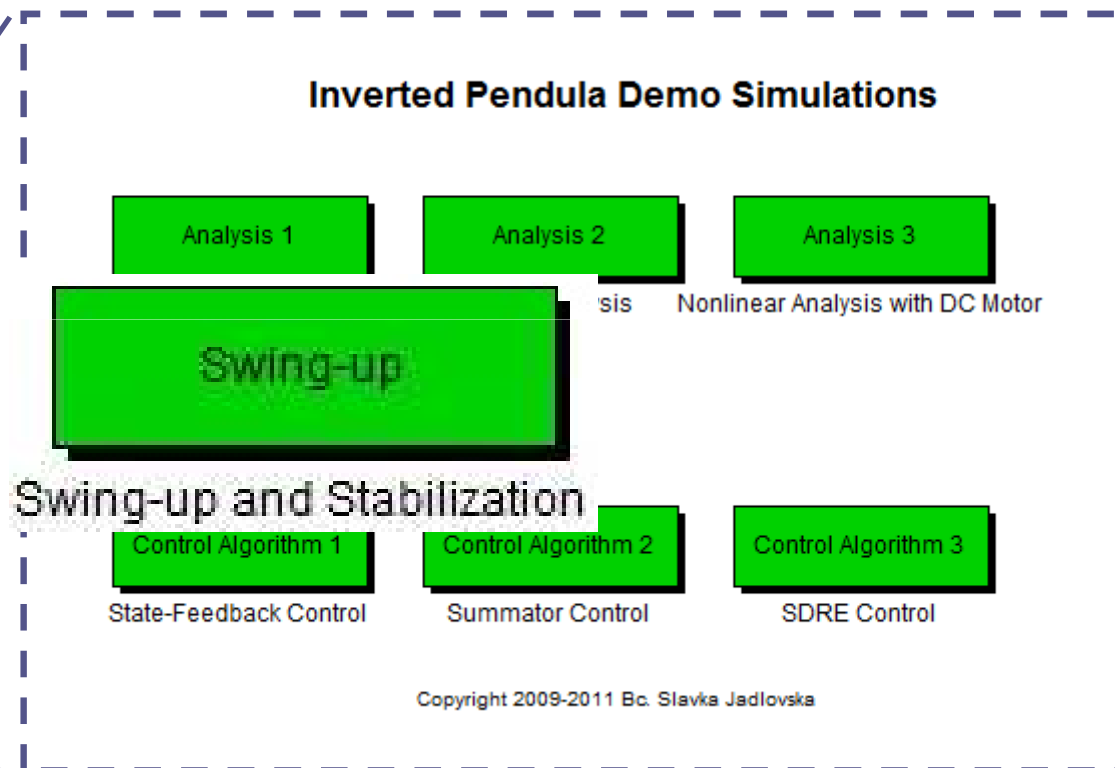
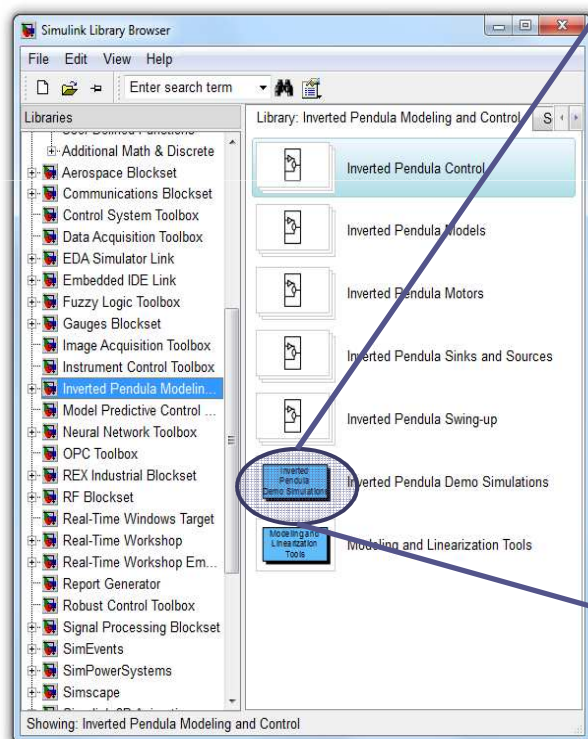
IV.

Overenie a vyhodnotenie navrhnutej riadiacej stratégie

IV.

8. 5. 2012

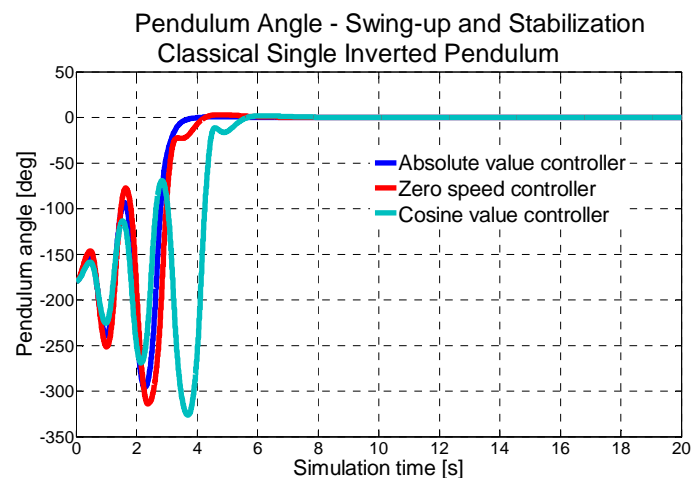
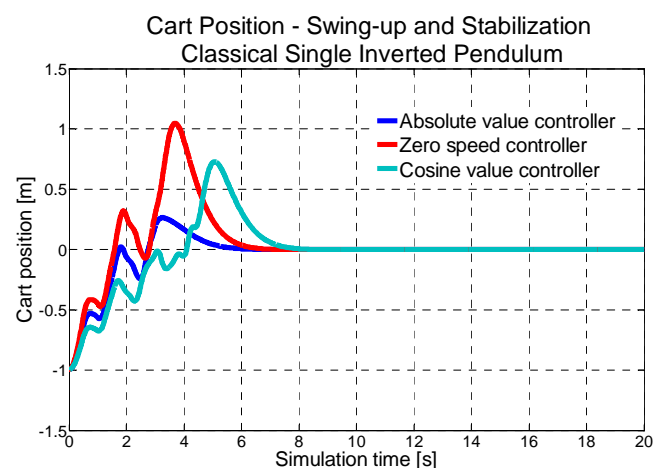
Demonštračné simulácie výsledkov metód výšvihu a následnej stabilizácie kyvadla



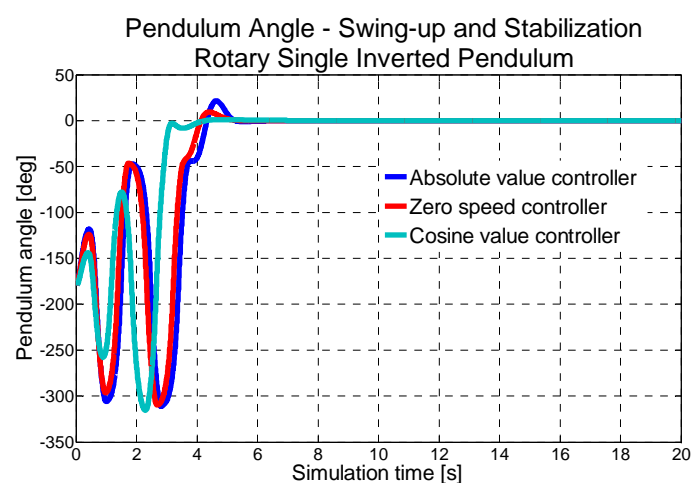
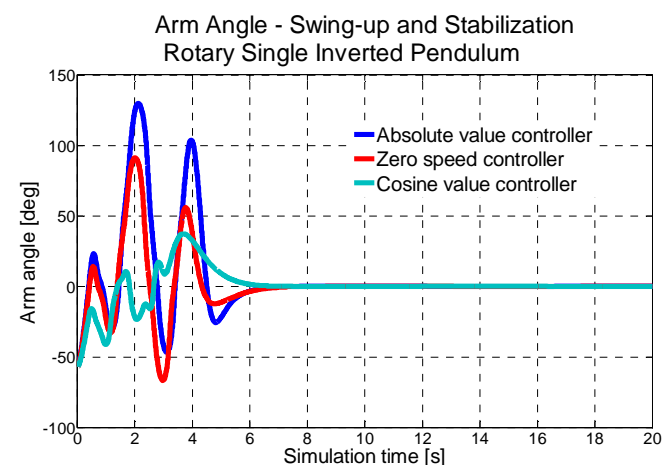
IV.

8. 5. 2012

Výsledky simulácií výšvihu kyvadla pomocou 3 rôznych metód a následnej stabilizácie metódou LQR



**Classical Single Inverted Pendulum
Swing-up and Stabilization
(force model)**

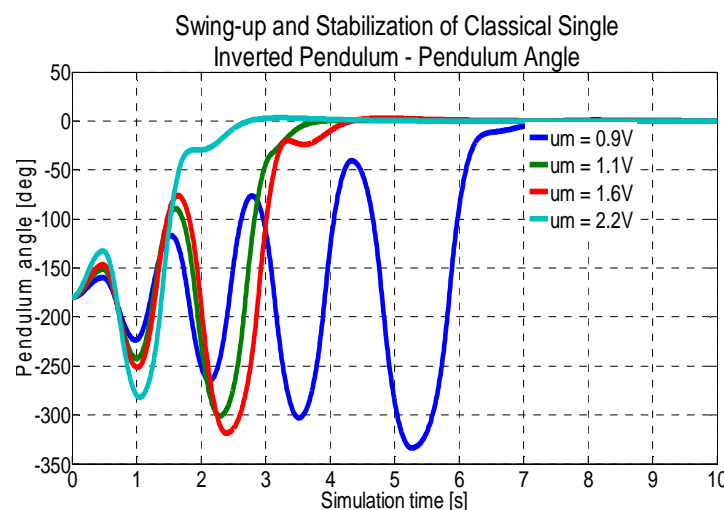
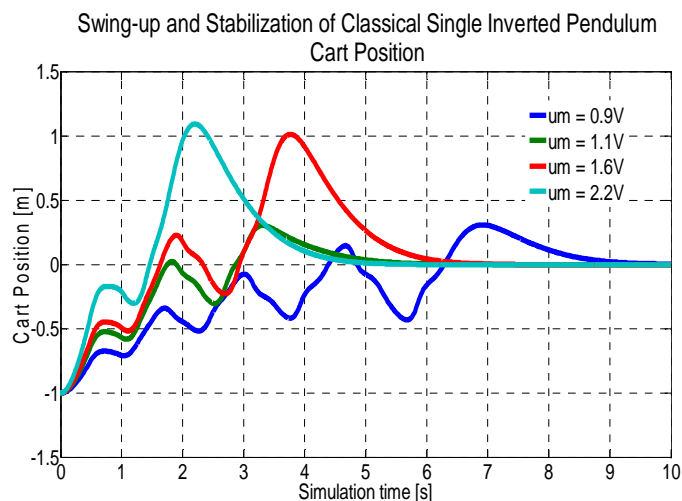


**Rotary Single Inverted Pendulum
Swing-up and Stabilization
(torque model)**

IV.

8. 5. 2012

Výsledky simulácií výšvihu kyvadla a následnej stabilizácie - porovnávanie vplyvu rôznych hodnôt vstupného zosilnenia



Classical Single Inverted Pendulum Swing-up and Stabilization (voltage model)

Záver:

- čas výšvihu nepriamo úmerný vstupnému zosilneniu
- neobmedzené zvyšovanie zosilnenia spôsobuje rast uhlovej rýchlosti kyvadla
- pri nízkych hodnotách zosilnenia je potrebný väčší počet výšvihov, čím sa vozík / rameno
- v oboch prípadoch sa stav systému môže vzdialiť od rovnovážneho stavu tak, že prepínací mechanismus je neúspešný

V. Zhodnotenie dosiahnutých výsledkov

- návrh stratégie riešenia problému **výšvihu a stabilizácie** jednoduchých inverzných kyvadiel (klasické a rotačné inverzné kyvadlo)
- knižnica funkčných blokov *Inverted Pendula Modeling and Control*
 - programový rámec pre riešenie úloh modelovania a riadenia systémov inverzných kyvadiel
 - vhodný nástroj pre návrh a overenie **hybridných metód** riadenia nelineárnych systémov

8. 5. 2012

Ďakujem za pozornosť.