Aplikácia System Identification Toolbox-u v experimentálnej identifikácii lineárnych dynamických systémov

Jakub Čerkala, Anna Jadlovská

Katedra kybernetiky a umelej Inteligencie, Technická Univerzita v Košiciach, Slovenská republika

jakub.cerkala@student.tuke.sk, anna.jadlovska@tuke.sk

***Abstrakt* — V tomto článku sa budeme venovať možnostiam identifikácie lineárnych dynamických systémov. Ako modely systémov na ktorých vykonáme experiment sme si zvolili hydraulické systémy prvého a druhého rádu a to valcové a guľové nádoby v zapojení bez interakcie. Najprv sa venujeme matematicko-fyzikálnemu odvodeniu (analytickej identifikácii) a naprogramovaniu týchto nelineárnych modelov v prostredí Simulink, ktoré porovnáme s ich lineárnou aproximáciou v zvolenom pracovnom bode. Hlavná časť tohto článku sa venuje identifikácii stochastických modelov dynamických systémov pomocou regresných modelov ARX a ARMAX pričom článok prezentuje tri možnosti identifikácie, ktoré ponúka System Identficaton Toolbox a to vstavané funkcie, bloky v prostredí Simulink a grafické rozhranie pre systémovú identifikáciu.**

***Kľúčové slová* — experimentálna identifikácia, lineárne dynamické systémy, stochastické modely, simulačný jazyk Matlab/Simulink**

I. Úvod

Aby sme mohli využiť funkcie, ktoré sú reprezentované ako algoritmy v System Identification Toolbox-e (SIT) patriaci do simulačného jazyka Matlab/Simulink, musíme získať experimentálne dáta, na ktorých budeme vykonávať identifikáciu. Vzhľadom na to, že nemáme k dispozícii reálny hydraulický model, na ktorom by sme vykonali meranie, zvolili sme použitie prostredia Simulink pre návrh simulačných modelov, pričom pri návrhu zohľadňujeme fyzikálne zákony pre zachovanie dynamiky systému. Tieto modely budú naprogramované ako nelineárne odchýlkové modely a ich presnosť overíme pomocou metódy Linearizácie v pracovnom bode.

Použitím regresných stochastických modelov môžeme aproximovať lineárnu štruktúru modelov, na ktorých vykonávame experimentálu identifikáciu. Tieto regresné modely sú ARX a ARMAX a pre výpočet ich parametrov využívame metódu najmenších štvorcov.

V prostredí Matlab/Simulink a jeho toolbox-e SIT je táto metóda implementová troma spôsobmi a to vstavanými funkciami v Matlab-e, blokmi regresných modelov v Simulink-u a špeciálnym grafickým rozhraním.

Validácia aproximovaných modelov je vo všetkých prípadoch založená na porovnaní aproximovaného modelu získaného z trénovacích dát a rozdielu správania sa voči pôvodnému modelu na základe testovacích dát.

II. Knižnica hydraulických modelov

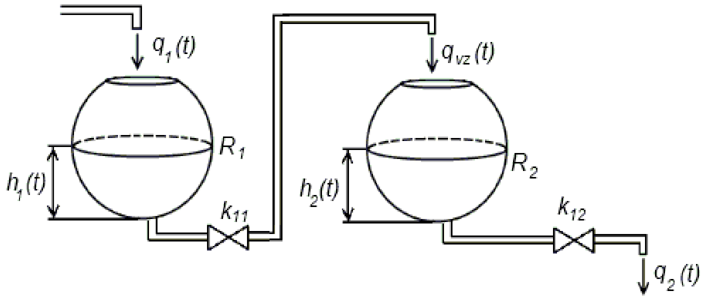
Hydraulické systémy sme si zvolili najmä pre ich jednoduchosť a modularitu [1]. Najjednoduchší hydraulický model je otvorená valcová nádrž s jedným prítokom a odtokom. Je to systém prvého rádu. Ak takéto modely zapojíme do série, dostávame model druhého rádu. Ak však uvažujeme guľový tvar nádrže, prierez nádrže F je najväčší, keď je naplnená presne do polovice. Pre účely identifikácie sme vytvorili štyri druhy modelov, pričom simuláciu experimentov budeme v tomto článku vykonávať na modeli systému dvoch guľový nádrží, pretože je konštrukčne z vytvorených modelov najzložitejší.

A. Fyzikálne podklady

Pri odvádzaní hydraulického modelu berieme do úvahy tieto fyzikálne vlastnosti:

- systém má vždy jeden vstup → prítok $q_0(t)$ [m^3/s]
- systém má iba jeden výstup → odtok $q_1(t)$ [m^3/s], ak sa jedná o sériové zapojenie, odtok prvej nádrže je vždy prítokom pre druhú a označíme ho $q_{vz}(t)$ [m^3/s]
- hustota, teplota, tlak a konštrukcia nádrží sa časom nemenia
- polomer nádrže je R, resp. R_1 a R_2.
- výtokové ventily sú charakterizované konštantami K_{11} a K_{12}
- sledovaná veličina je vždy výška hladiny v poslednej nádrží → $h(t)$ alebo $h_2(t)$ [m]

Systém dvoch guľových nádrží v sériovom zapojení je možné načrtnúť takto:



Obr. 1. Náčrt dvoch guľový nádrží v zapojení v sérii bez interakcie

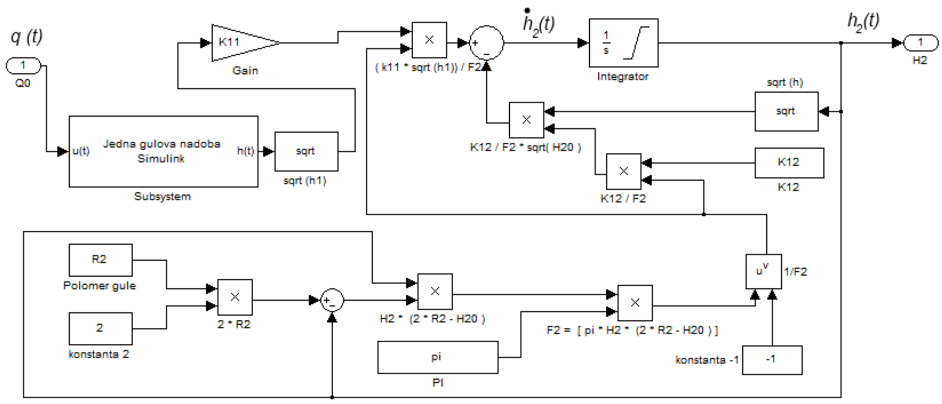
Vychádzajúc z rovnice materiálovej bilancie, ktorá hovorí, že rýchlosť akumulácie materiálu je rovná rozdielu materiálu vstupujúceho do systému a vystupujúceho zo systému, môžeme pre tento model napísať:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{q_0(t) - K_{11} \cdot \sqrt{h_1(t)}}{\pi \cdot \left(2 \cdot R_1 \cdot h_1(t) - h_1^{\,2}(t)\right)}$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{K_{11} \cdot \sqrt{h_1(t)} - K_{12} \cdot \sqrt{h_2(t)}}{\pi \cdot \left(2 \cdot R_2 \cdot h_2(t) - h_2^{\,2}(t)\right)}$$

(1)

Na základe tejto sústavy nelineárnych diferenciálnych rovníc môžeme naprogramovať model v prostredí Simulink (obr. 2). Predpokladáme, že výšky hladín $h_1(t)$ a $h_2(t)$ sú v čase t = 0 a označíme ich ako h_{10} a h_{20}.



Obr. 2. Model "dvoch guľových nádrží v zapojení v sérii bez interakcie" naprogramovaný v prostredí Simulink

Na obrázku (obr. 2) je vidieť, že prvá nádrž je naprogramovaná v samostatnom bloku subsystému, do ktorého vstupuje budiaci signál u(t) a vystupuje výška hladiny v prvej nádrži $h_1(t)$. Po odmocnení a vynásobení kontantou K_{11} vstupuje do bloku súčinu. Od tohto súčinu po výstup H2 je schéma identická so schémou v bloku subsystému avšak s inými parametrami. Dôležité je taktiež ohraničenie na integrátore, ktoré zabezpečí orezanie vytečenia a pretečenia nádrže.

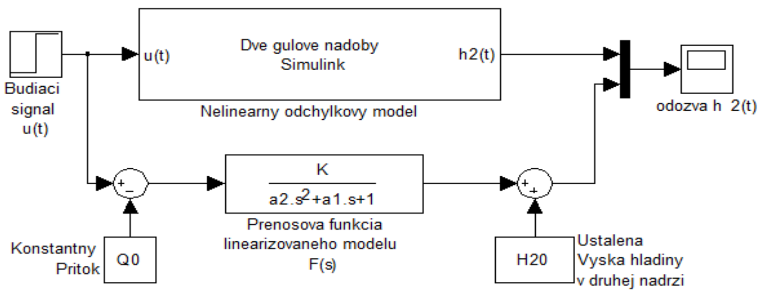
B. Linearizovaný model

Všetky modely sa dajú linearizovať v zvolenom pracovnom ($q_0(t)$ = konš., $h(t)$ resp. $h_2(t)$ = konš.) bode pre určité fyzikálne parametre. Aplikáciou metódy Linearizácie, ktorá pozostáva z týchto krokov:

1. diferenciálna rovnica dynamického systému v neustálenom stave
2. diferenciálna rovnica dynamického systému v ustálenom stave
3. rozdiel rovníc aproximovaný Taylorovým rozvojom
4. zavedenie odchýlkových veličín
5. vyčíslenie matíc *A*,*B*,*C* a *D* stavového opisu

môžeme určiť Laplaceov prenos *F(s)* linearizovaného modelu dynamického systému. Taktiež je možné vypočítať diskrétny prenos *G(z)*.

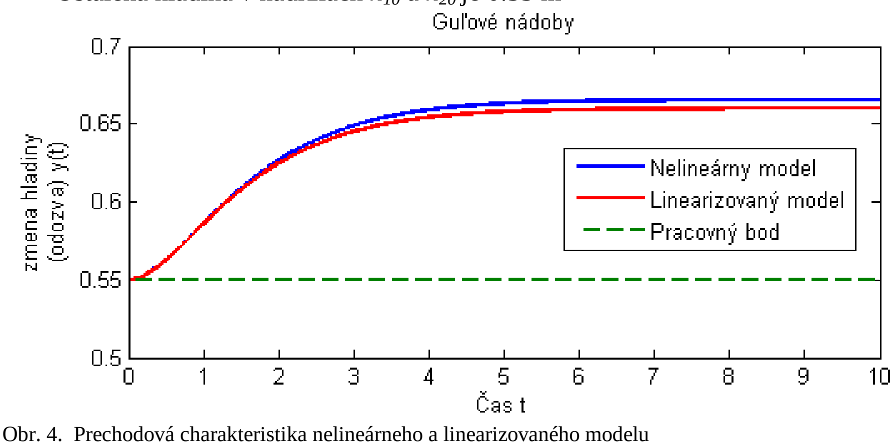
Ak teraz budíme nelineárny model dynamického systému jednotkovým skokom, a prenos zlinearizovaného modelu *F(s)* pri ktorom je na vstupe odpočítať ustálený prítok a na výstupe pripočítať ustálenú výšku hladiny, prechodové charakteristiky modelov ukážu, že v pracovnom bode je priebeh identický. Ako sa však od pracovného bodu vzďaľujeme, zväčšuje sa odchýlka. Toto porovnanie vykonáme v Simulink-u pre signál jednotkového skoku zosilneného o 10%.



Obr. 3. Porovnanie nelineárneho modelu a zlinearizovaného modelu "dvoch guľových nádrží bez interakcie"

Pre jednoduchosť sme zvolili systém zložený z dvoch rovnakých guľových nádrží s parametrami:

- Konštantný prítok je $q_0^s = 1\ m^3/s$
- Polomery nádrží sú $R_1 = R_2 = 0.5$ m
- Konštanty výtokových otvorov $K_{11} = K_{12} = 1.3484$
- Ustálená hladina v nádržiach h_{10} a h_{20} je 0.55 m



Obr. 4. Prechodová charakteristika nelineárneho a linearizovaného modelu

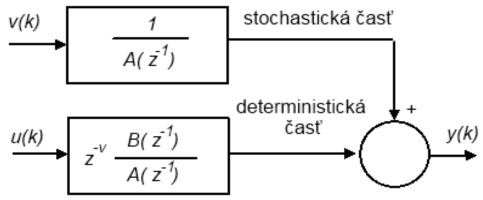
Ako je vidieť z grafu na obrázku (obr. 4), čím viac sa vzďaľujeme od pracovného bodu, tým je väčšia odchýlka medzi nelineárnym odchýlkovým a linearizovaným modelom.

III. REGRESNÉ MODELY ARX A ARMAX

Pri identifikácii stochastických modelov dynamických systémov sa používajú diskrétne modely zložené z deterministickej (budiaci signál *u(k)*) a stochastickej (šumový signál poruchy *v(k)*) časti [3]. Deterministická časť je daná diskrétnym prenosom *G(z)* a stochastická časť je reprezentovaná diskrétnym prenosom filtra $G_f(z)$. Rozdiel medzi modelom ARX a ARMAX je práve vo filtri.

A. Regresný model ARX

Skratka ARX znamená Auto-Regresive with eXogenous variable.



Obr. 5. Bloková schéma modelu ARX

Diferenciálna rovnica tohto modelu je:

$$
\begin{aligned}
&y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2(k-2) - \ldots - a_n(k-n) + \\
&b_0 u(k-v) + b_1 u(k-v-1) + \ldots + b_m u(k-v-m) + v(k)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

B. Regresný model ARMAX

Skratka ARMAX znamená Auto-Regresive Moving Average with eXogenous variable. Jeho schéma sa od predchádzajúcej líši vo filtri, kde 1 je nahradená polynómom $C(z^{-1})$ a jeho diferenciálna rovnica je:

$$
\begin{aligned}
&y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2(k-2) - \ldots - a_n(k-n) + \\
&b_0 u(k-v) + b_1 u(k-v-1) + \ldots + b_m u(k-v-m) + \\
&c_0 v(k) + c_1(k-1) + c_2(k-2) + \ldots + c_n v(k-n)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

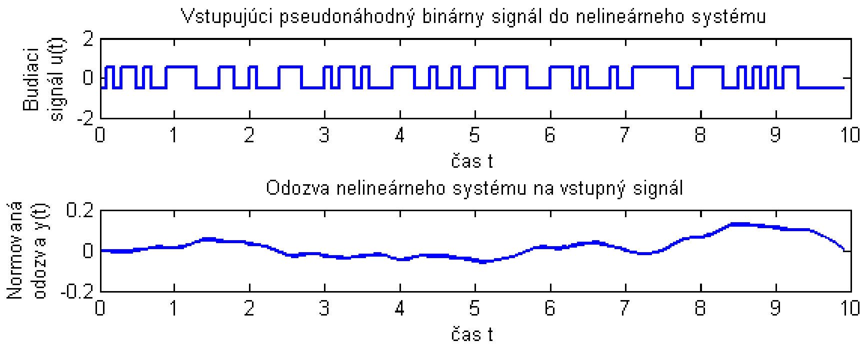
Na základe diferenciálnych rovníc (2) a (3) určujeme stupne polynómov *m* a *n* pre zvolené rády systémov. Pre náš prípad dvoch guľových nádob sú tieto rády rovné 2, keďže sa jedná o systém 2. rádu.

IV. Identifikácia stochastických modelov dynamických systémov

Ako sme už spomínali v úvode, SIT [4] má tri možnosti pre identifikáciu stochastických modelov. Všetky tri možnosti používajú rovnaký postup:

1. **Meranie** (Simulácia merania) **dát** – budenie systému pseudonáhodným signálom *u(t)* a meranie odozvy systému *y(t)*.
2. **Normovanie dát** – odstránenie konštanty, v našom prípade je to hodnota ustálenej hladiny v nádrži h_{20}.
3. **Rozdelenie nameraných dát** na trénovacie a testovacie
4. **Voľba typu** regresného modelu – ARX alebo ARMAX
5. **Zvolenie rádov** modelu
6. **Identifikácia** stochastického modelu DS na základe testovacích dát – získanie tzv. *Theta* modelu, prípadne konverzia na diskrétny prenos *G(z)* alebo prenos *F(s)*
7. **Simulácia** pôsobenia budiaceho signálu *u(t)* z testovacích dát a meranie odozvy modelu na tento budiaci signál $y_{aprox}(t)$
8. **Validácia** výsledku aproximácie porovnaním odozvy *y(t)* z testovacích dát a nameranej odozvy $y_{aprox}(t)$ a zistenie odchýliek
9. **Dodatočné porovnanie** prechodovou alebo frekvenčnou charakteristikou

Dáta, na základe ktorých vykonávame identifikáciu sme si vytvorili v Simulink-u, pričom sme nelineárny model budili pseudonáhodným signálom *u(t)* hodnoty ± konštantného prítoku q_0^s, pripočítali sme k nemu q_0^s a náhodnú chybu, ktorá dosahovala ± 10% z hodnoty q_0^s. Simuláciou sme namerali výšku hladiny v druhej nádrži $h_2(t)$, ktorú sme normovali a dostali sme odozvu *y(t)*. Hodnoty *u(t)* a *y(t)* prvej polovice dát sme uložili do *IDDATA* objektu ***trendata*** a druhú polovicu do ***testdata***.



Obr. 6. Trénovacie dáta získane simuláciou

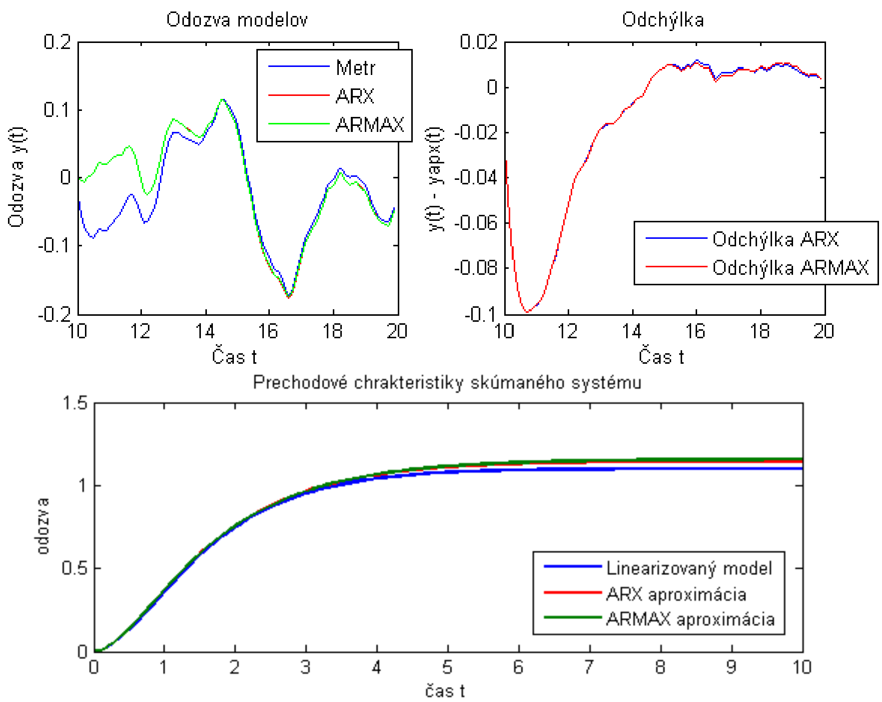
A. *Aplikácia vstavaných funkcii SIT*

Na získanie parametrov regresných modelov slúžia vstavané funkcie

- pre ARX: ***th = arx(trendata,[2 2 1]);***
- pre ARMAX ***th = armax(trendata,[2 2 2 1]);***

Prvý parameter funkcie je IDDATA objekt testovacích dát a druhý sú rády polynómov. Návratovou hodnotou je model v *theta* formáte. Funkciou ***[A,B] = th2arx(th)*** dostávame polynómy. Ako je vidieť z obrázku 6., *A* je polynóm menovateľa a *B* je polynóm čitateľa. Konverzia na diskrétny prenos je možná funkciou ***sysd = tf(B,A,0.1)*** a na Laplaceov prenos potom ***sys = d2c(sysd)***.

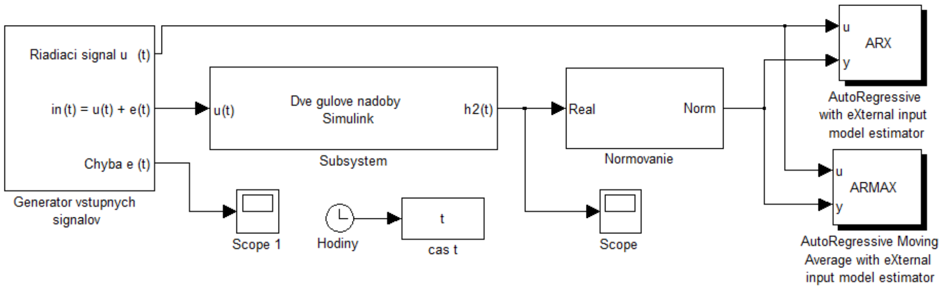
Simuláciu pôsobenia signálu na aproximovaný model začíname extrahovaním budiaceho signálu *u(t)* z ***testdata*** funkciou ***u2 = get(trendata,'u')***. Funkciou ***yapr = idsim(u2,th)*** získame odozvu $y_{apr}(t)$. Pomocou grafov porovnávame priebehy, vyhodnocujeme odchýlku a porovnáme prechodovú charakteristiku voči zlinearizovanému modelu systému.



Obr. 7. Porovnanie nameranej odozvy a odsimulovnaej odozvy aproximovaných modelov ARX, ARMAX a odchýlka medzi odozvami a prechodové charakteristiky.

B. *Modely naprogramované v prostredí Simulink*

SIT je implementovaný v Simulink-u aj prostredníctvom blokov ARX a ARMAX. Tieto bloky majú dva vstupy – prvý je pre budiaci signál *u(t)* a druhý je pre nameranú odozvu *u(t)*. Na následujúcej schéme (obr. 8) je naprogramovaný algoritmus identifikácie pre oba typy modelov.

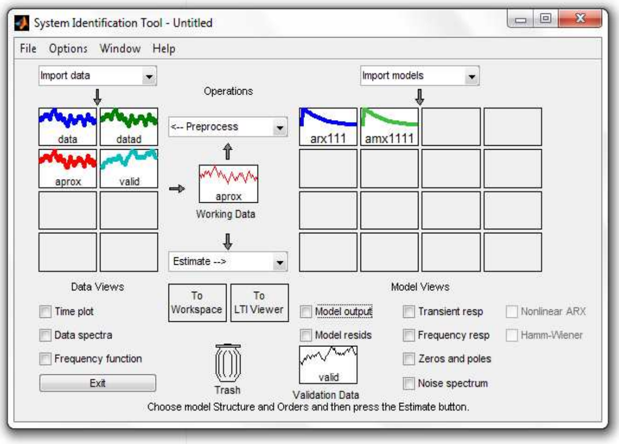


Obr. 8. Schéma pre identifikáciu stochastického modelu 'dvoch guľových nádob'

V bloku ARX a ARMAX je nutné nastaviť rády ([2 2 1],[2 2 2 1]) a počet vzoriek, koľko sa má použiť na vytvorenie modelu. Po spustení s konštantným krokom 0.1, časom simulácie 20 s. je zobrazený priebeh odozvy $y(t)$ a $y_{apr}(t)$ a odchýlka. Ak sa nevyplní meno modelu v blokoch ARX a ARMAX, výsledný diskrétny prenos modelu je vypísaný v príkazovom riadku v Matlab-e, inak je pod zvoleným menom uložený ako *IDPOLY* model. Podľa intenzity vzorkovania vytvorí súčasne aj viacej modelov.

C. Využitie grafického rozhrania (GUI)

Grafické rozhranie je vyvolané pomocou príkazu **ident** do príkazového riadku v Matlab-e. Je to univerzálne rozhranie pre identifikáciu a obsahuje mnoho možností uplatnenia.



Obr. 9. Ukážka grafického rozhrania implementovaného v SIT

Jeho výhodou je, že nemusíme písať program ako v časti *A* alebo programovať v Simulink-u ako v časti *B*. Jeho vlastnosti a spôsob použitia je podrobne spracovaný v [4] a demonštrácia použitia je možná príkazom **iddemo**.

V. ZÁVER

Ako sme ukázali, SIT má pre identifikáciu stochastických modelov DS tri možné prístupy. Záleží na používateľovi, ktorý si zvolí. Prvý spôsob volia programátori, keďže si môžu upravovať výstupy podľa seba. Simulink volia tí, ktorý potrebujú rýchlosť a modularitu. Grafické rozhranie je vhodné pre každého, ale chvíľu trvá, kým sa s ním používateľ naučí pracovať.

POĎAKOVANIE

Táto článok bol vytvorený realizáciou projektu Centrum informačných a komunikačných technológií pre znalostné systémy (kód ITMS projektu: 26220120020) na základe podpory operačného programu Výskum a vývoj financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja.

POUŽITÁ LITERATURA

[1] MIKLEŠ, J. HUTLA, V.: Teória automatického riadenia ,Bratislava: Alfa, 1986,480s
[2] NOSKIEVIČ, P., Modely a Identifikace systému. Ostrava: Montanex a.s., 1999, 276s. ISBN 80-7225-030-2.
[3] MODRLÁK, O., Úvod do diskrétní parametrické identifikace, Študijný materiál, 2004.
[4] LJUNG, L.: System Identification Toolbox, Používateľská príručka, 6. verzia